TEORÍA ELECTROMAGNÉTICA

Departamento de Física y Geología
Facultad de Ciencias Básicas
Taller **B**, (Sistemas coordenados y su transformación)
Docente: (*Fís. M. Sc.) Alexánder Contreras*
www.alexander.fisica.ru
alexandercontreras716@gmail.com

(No se conformen con la limitación de los presentes ejercicios, recuérdese que la Física es un Universo de infinitas particularidades; siempre habrá algo nuevo que aprender…)
(El presente taller es únicamente una guía de estudio, NO DEBE ENTREGARSE)

"Las grandes almas poseen voluntad, las almas débiles poseen deseos escondidos bajo pretextos"… *(Un personaje)*

"Quizás fallé una y otra vez en el pasado, pero en mi perseverancia y disciplina obtuve el anhelado éxito… *(Un personaje)*

Álgebra introductoria vectorial

[1] Dados vectores: $\vec{A} = 2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} - \hat{k}$; $\vec{B} = -4\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + 2\hat{k}$ y $\vec{C} = 7\hat{\imath} + 4\hat{k}$. Determinar:

a) $|\vec{B} - \vec{A}|$
b) $2\vec{C} - \vec{B} + 4\vec{A}$
c) $(\vec{B} - \vec{A}) \cdot \vec{C}$
d) $-3(\vec{B} - \vec{C}) \times \vec{A}$
e) El ángulo que forma el vector $\vec{A}$ con cada uno de los ejes coordenados x, y, z.
f) El ángulo entre los vectores: $\vec{A}$ y $\vec{B}$.

[2] Considere los vectores: $\vec{A} = 4\hat{x} - 3\hat{y}$; $\vec{B} = 2\hat{y} + 10\hat{z}$; $\vec{C} = -7\hat{x} - \hat{z}$.

De acuerdo a ello, determine:

a). Si los anteriores tienen unidad en metros [m], halle el volumen del paralelepípedo que ellos forman: $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})$

b). Para dichos vectores, demuestre que: $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$.

Transformación de un punto en Sistemas Coordenados

[3] Convertir el punto cartesiano $P(x, y, z) = P(2, -4, 10)$[m] en términos de:

a) coordenadas cilíndricas $P(\rho, \phi, z)$;

b) coordenadas esféricas $P(r, \theta, \phi)$.

(Respuesta: a) $\rho = 4{,}47[m]; \phi = -63{,}43°; 10[m]$. b) $r = 10{,}95[m];\ \theta = 24{,}09°, \phi = -63{,}43°$)

[4] Convertir el punto cilíndrico $P(\rho, \phi, z) = P(7[m], 135°, 9[m])$ en términos de:

a) coordenadas cartesianas $P(x, y, z)$;
b) coordenadas esféricas $P(r, \theta, \phi)$.

(Respuesta: a) $x = -4{,}94[m]; y = 4{,}94[m]; z = 9[m]$. b) $r = 11{,}4[m];\ \theta = 38{,}94°; \phi = 135°$)

[5] Convertir el punto esférico $P(r, \theta, \phi) = P(12[m], 45°, 60°)$ en términos de:

a) coordenadas cartesianas $P(x, y, z)$;
b) coordenadas cilíndricas $P(\rho, \phi, z)$.

(Respuesta: a) $x = 4{,}24[m]; y = 7{,}34[m]; z = 8{,}48[m]$. b) $\rho = 8{,}48[m], \phi = 60°, z = 8{,}48[m]$)

Transformación de un vector en Sistemas Coordenados

[6] (TRABAJO A ENTREGAR) Recuérdese que de acuerdo a dos geometrías que se tomaron en clase (ellas relacionan a las coordenadas cartesianas y cilíndricas), se obtuvo las relaciones:

$$\begin{cases} \hat{x} = cos\phi\hat{\rho} - sin\phi\hat{\phi} \\ \hat{y} = sin\phi\hat{\rho} + cos\phi\hat{\phi} \\ \hat{z} = \hat{z} \end{cases}$$

Para que luego se obtuviese:

$$\begin{cases} A_\rho = A_x cos\phi + A_y sin\phi \\ A_\phi = -A_x sin\phi + A_y cos\phi \\ A_z = A_z \end{cases}$$

Y finalmente se obtuviese una relación matricial. Con un proceso similar al de la clase (y con las mismas figuras pero de forma inversa, ahora se sombrean a los otros vectores unitarios), Demuestre que la relación de vectores unitarios cilíndricos dependen de los cartesianos como:

$$\begin{cases} \hat{\rho} = cos\phi\hat{x} + sin\phi\hat{y} \\ \hat{\phi} = -sin\phi\hat{x} + cos\phi\hat{y} \\ \hat{z} = \hat{z} \end{cases}$$

Luego, demuestre que la relación matricial que transforma a las componentes cilíndricas a cartesianas sean: (Respuesta:

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\phi & -sin\phi & 0 \\ sin\phi & cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_\rho \\ A_\phi \\ A_z \end{bmatrix}$$

)

[7] (TRABAJO A ENTREGAR) Análogamente, a partir de las figuras realizadas en clase cuales relacionan a las coordenadas esféricas con las coordenadas cilíndricas (pero de forma inversa), demuestre las dos últimas matrices que relacionan las coordenadas cilíndricas con las esféricas y las coordenadas cartesianas con la esféricas. Por ejemplo, la última matriz de las dos que deben demostrarse en éste punto debe ser igual a: **(** Respuesta:

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sin\theta cos\phi & cos\theta cos\phi & -sin\phi \\ sin\theta sin\phi & cos\theta sin\phi & cos\phi \\ cos\theta & -sin\theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix}$$

)

[8] Transformar el vector $\vec{U} = y\hat{x} - x\hat{y} + z\hat{z}$ en coordenadas cilíndricas.

(Respuesta: $\vec{U} = -\rho\hat{\phi} + z\hat{z}$ **)**

[9] Exprese el vector $\vec{B} = B_r\hat{r} + B_\theta\hat{\theta} + B_\phi\hat{\phi} = \frac{10}{r}\hat{r} + r\cos\theta\hat{\theta} + \hat{\phi}$ en coordenadas cartesianas y evalúelo en el punto $\vec{B}(-3,4,0)$.

(Respuesta: $\vec{B} = -2\hat{x} + \hat{y}$ **)**

ÉXITOS!!!...