TEORÍA ELECTROMAGNÉTICA

Departamento de Física y Geología
Facultad de Ciencias Básicas
Taller **D**, (Distribuciones de carga continua)
Docente: *Alexánder Contreras (Físico, M.Sc.)*
www.alexander.fisica.ru
alexandercontreras716@gmail.com

(No se conformen con la limitación de los presentes ejercicios, recuérdese que la Física es un Universo de infinitas particularidades; siempre habrá algo nuevo que aprender…)
(El presente taller es únicamente una guía de estudio, NO DEBE ENTREGARSE)

"El aprendizaje no se logra por casualidad, debe buscarse con pasión y atenderse con esmero"… (Un personaje)

"Lloraba porque no tenía zapatos y dejé de hacerlo hasta que vi a alguien que no tenía pies"… (Un personaje)

[1] Considérese un filamento extendido sobre el eje Y desde el punto $y_A = 2[m]$ hasta el punto $y_B = 4[m]$ con distribución de carga lineal uniforme ρ_L. Hallar el campo eléctrico generado por dicho filamento en el origen de coordenadas.

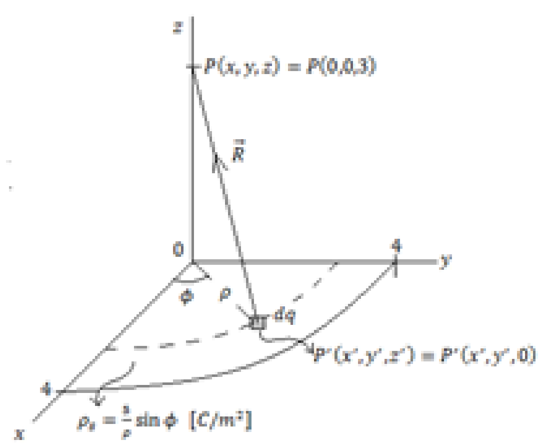
Resp: $\vec{E}(x,y,z) = 0\hat{x} - \frac{\rho_L}{16\pi\epsilon_0}\hat{y} + 0\hat{z}$

[2] Considérese una lámina finita limitada por $0 \le x \le 1$ y $0 \le y \le 1$, en el plano $z = 0$. Ella tiene una densidad de carga variable $\rho_s = xy(x^2 + y^2 + 25)^{3/2}$ $[nC/m^2]$. Determinar:
a) La carga total que posee la lámina; (Sugerencia: utilice la fórmula $Q = \int\int \rho_s \, dS$)
b) El campo eléctrico en el punto P(x,y,z)=P(0, 0, 5);
c) La fuerza que experimenta una carga $q'' = -1[mC]$ ubicada precisamente en el punto P(0, 0, 5);
d) Sucesivamente, transformar el resultado a fuerza en coordenadas cilíndricas.

Resp: a) $Q = 33.15\, n[C]$ b) $\vec{E}(x,y,z) = \left(-\frac{3}{2}\hat{x} - \frac{3}{2}\hat{y} + \frac{45}{4}\hat{z}\right)[N/C]$ c) $\vec{F} = \left(\frac{3}{2}\hat{x} + \frac{3}{2}\hat{y} - \frac{45}{4}\hat{z}\right)m[N]$
d) …

[3] **(**Ejemplo 2 de la clase**)** Se posee un trozo rectangular de disco cargado con densidad variable $\rho_s = \frac{5}{\rho}\sin\phi$ $[C/m^2]$ sobre y limitado por el plano $X'Y'$ (con $z' = 0$), así como se observa en la figura. Demuestre que el campo eléctrico vectorial $\vec{E}$ que el trozo de círculo genera en el punto $P(x,y,z) = P(0,0,3)$, es:

$$\vec{E}(\rho,\phi,z) = \frac{1}{6\pi\epsilon_0}[-\hat{\rho} + 2\hat{z}]$$



[4] (Ejercicio opcional, de alto nivel, reto) Con un alambre delgado de densidad de carga lineal $+\rho_L$[C/m] se construye un cuadrado de longitud L[m], el cual se ubica en el plano cartesiano XY, así como se muestra en la figura. Demuestre que el campo eléctrico en un punto que dista z[m] perpendicularmente al centro del cuadrado es:

$$\vec{E} = \frac{2\rho_L z}{\pi\epsilon_0(z^2+L^2/4)} \sin\left[\tan^{-1}\left(\frac{\frac{L}{2}}{\sqrt{z^2+\frac{L^2}{4}}}\right)\right]\hat{z} \text{ [N/C]}$$

[<u>Sugerencia</u>: Considérese sólo 1 lado de los cuatro existentes y evalúe dicho efecto en el vector unitario. Sucesivamente, debe relacionarse a las variables en términos de la variable x, allí deben estar presentes los parámetros z[m] y L[m]. Luego, debe reducirse la suma de constantes cuadradas a sólo una $z^2 + L^2/4 = H^2$. Para resolver la integral existe necesidad de utilizar el método de "Integración Sustitución Trigonométrica" donde el proceso se hará abstractamente en un triángulo que depende de un nuevo ángulo $\boldsymbol{\beta}$ (éste no tiene nada que ver con el ángulo polar θ ni con el ángulo $\boldsymbol{\alpha}$) cuyos catetos sean x y H. Finalmente, para que su respuesta coincida, debe utilizar la identidad trigonométrica $\tan^{-1}(-\beta) = -\tan^{-1}(\beta)$.