$$\varepsilon_{21} = -M_{21}\frac{dI_1}{dt} \qquad \text{(en el SI)}$$

$$\varepsilon_{21} = -\frac{1}{c^2}M_{21}\frac{dI_1}{dt} \qquad \text{(en el sistema de Gauss)}$$

$$\varepsilon_{12} = -M_{12}\frac{dI_2}{dt} \qquad \text{(en el SI)}$$

$$\varepsilon_{12} = -\frac{1}{c^2}M_{12}\frac{dI_2}{dt} \qquad \text{(en el sistema de Gauss)}$$

§ III.1.12.4. Energía del campo magnético de la corriente eléctrica

1º. Para crear corriente eléctrica en un contorno cerrado y aumentar su intensidad desde cero hasta ***I*** hay que realizar un trabajo ***A*** para vencer la fem dee autoinducción que se opone al incremento de la corriente (III.12.2.6º),

$$A = \frac{\Phi_{ma} I}{2} = \frac{LI^2}{2} \qquad \text{(en el SI)}$$

$$A = \frac{1}{c}\frac{\Phi_{ma} I}{2} = \frac{1}{c^2}\frac{LI^2}{2} \qquad \text{(en el sistema de Gauss)}$$

donde Φ_{ma} es el flujo magnético de autoinducción del contorno (III.12.2.2º), y L, la inductancia de este último (III.12.2.2º).
Según la ley de conservación de la energía, ***A*** determina la energía *intrínseca* W_m de la intensidad de la corriente ***I*** en el contorno:

$$W_m = \frac{LI^2}{2} \qquad \text{(en el SI)}$$

$$W_m = \frac{1}{c^2}\frac{LI^2}{2} \qquad \text{(en el sistema de Gauss)}$$

2º. Al mismo tiempo que la intensidad de la corriente, en el circuito también crece el campo magnético de ésta. Por esto la energía intrínseca de la corriente se considera como *energía del campo magnético*. Por ejemplo, para un solenoide largo (III.10.3.8º), cuyo campo magnético es uniforme (III.10.1.2º),

$$W_m = \frac{1}{2}\mu_0\mu n^2 I^2 V \qquad \text{(en el SI)}$$

$$W_m = \frac{\mu}{c^2}2\pi n^2 I^2 V \qquad \text{(en el sistema de Gauss),}$$

siendo ***V*** el volumen del solenoide; *n*, el numero de espiras por unidad de longitud; μ_0, la constante magnética (III.10.2.2º); y μ la permeabilidad magnética relativa del medio.

Gauss). La inductancia *L* depende solamente de la forma geométrica y de la dimensiones del contorno, así como las propiedades magnéticas del medio en que el se encuentre.
La inductancia de un solenoide bastante largo (III.4.3.7°) constituye

$$L = \frac{\mu_0\mu N^2 S}{l} = \mu_0\mu n^2 V \qquad \text{(en el SI)}$$

$$L = \frac{\mu 4\pi N^2 S}{l} = \mu 4\pi n^2 V \qquad \text{(en el sistema de Gauss)}$$

4°. De la ley de Faraday (III.12.1.2°) se deduce la expresión de la fem de autoinducción:

$$\varepsilon_a = -\frac{d\Phi_{ma}}{dt} = -\frac{d}{dt}(LI) \qquad \text{(en el SI)}$$

$$\varepsilon_a = -\frac{1}{c}\frac{d\Phi_{ma}}{dt} = -\frac{1}{c}\frac{d}{dt}(LI) \qquad \text{(en el sistema de Gauss)}$$

Para un contorno indeformable que se halla en un medio no ferromagnético (III.13.5.2°). ***L***= const., por lo que

$$\varepsilon_a = -L\frac{dI}{dt} \qquad \text{(en el SI)}$$

$$\varepsilon_a = -\frac{L}{c}\frac{dI}{dt} \qquad \text{(en el sistema de Gauss)}$$

5°. La fuerza electromagnética de autoinducción es la causa de que en el contorno surja *corriente de autoinducción* que, según la ley de Lenz (III.12.1.4°), se opone a que varíe la intensidad de la corriente principal en el circuito, frenando tanto su disminución como su aumento. La medida de la inercia del contorno respecto de la variación en él de la intensidad de la corriente es la inductancia de ese contorno (**p. 3°**).
6°. La ley de variación de la intensidad de la corriente eléctrica en un circuito al cerrarlo o abrirlo, es decir, con régimen transitorio, constituye

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right),$$

donde I_0 es la intensidad de la corriente en el instante inicial $(t = 0)$; *R*, la resistencia eléctrica del circuito; ***L***, su inductancia; y ε la suma algebraica de las fem de las fuerzas de energía eléctrica intercaladas en el circuito (III.8.2.2°).
Al conectar la fuente de fem, en el circuito no hay corriente inicial $(I_0 = 0)$:

$$I = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

sobre el contorno, se traza de tal modo que desde el extremo del vector n_k se vea que la corriente pasa por el contorno en sentido inverso al de las agujas del reloj. El flujo magnético

$$\Phi_{mk} = \Phi_{mka} + \Phi_{mkm}$$

donde Φ_{mk} es el flujo magnético de autoinducción de k-enésimo contorno (III.12.2.2º), y Φ_{mkm} el flujo magnético de su inducción mutua originada por los campos magnéticos de todos los demás contornos con corriente (III.12.3.1º). De acuerdo con esto, la energía del campo magnético W_m será

$$W_m = \sum_{k=1}^{N} \frac{I_h I^2{}_h}{2} + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} \sum_{t=1(t\neq k)}^{n} M_{kt} I_k I_t \qquad \text{(en el SI)}$$

$$W_m = \frac{1}{c^2}\sum_{k=1}^{N} \frac{I_h I^2{}_h}{2} + \frac{1}{2c^2}\sum_{k=1}^{n} \sum_{t=1(t\neq k)}^{n} M_{kt} I_k I_t \qquad \text{(en el sistema de Gauss)}$$

El primer termino representa la suma de las energías intrínsecas de todas las corrientes (p.1º). El segundo término se llama *energía mutua de las corrientes*. En él M_k es la inductancia mutua de los contornos k-enésimo y L-enésimo (III.12.3.2º) cuyas respectivas corrientes son I_k e I_t.

$$\varepsilon_i = -Bvl$$

o bien

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} \text{ (en el SI)}$$

donde $\frac{d\Phi_m}{dt}$ es la relación entre el flujo magnético a través de la superficie que barre el conductor al moverse durante un intervalo infinitesimal de tiempo, y la magnitud dt de este intervalo, en otras palabras, la velocidad con que el conductor corta las líneas de inducción del campo magnético (compare con III.12.1.2°).

6°. El fenómeno de inducción electromagnética en los conductores cerrados en reposo, que se encuentra en un campo magnético alternativo externo, no se puede explicar valiéndose de la fuerza de Lorentz, ya que ésta no actúa sobre las cargas en reposo (III.11.1.1°).

El fenómeno de inducción electromagnética en los conductores en reposo se explica por hecho de que el campo magnético alternativo contribuye a que aparezca un campo eléctrico rotacional. La circulación de la tensión de este campo a lo largo del contorno cerrado del conductor ***L*** (III.3.1.4°) es la fem de inducción magnética:

$$\varepsilon_i = \oint_L \mathrm{E}d\mathrm{l} = -\frac{\partial \Phi_m}{dt} \qquad \text{(en el SI)}$$

$$\varepsilon_i = \oint_L \mathrm{E}d\mathrm{l} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \Phi_m}{dt} \qquad \text{(en el sistema de Gauss)}$$

donde la diferencia parcial $\frac{\partial \Phi_m}{\partial t}$ toma en consideración la variación del flujo magnético de inducción tan sólo en función del tiempo. Acerca de la elección del sentido de la normal **n** al calcular el flujo magnético, véase el **p. 2°.**

7°. La magnitud q de la carga eléctrica que pasa a través de la sección transversal de la espira del conductor en que se induce la corriente constituye

$$q = \frac{\Phi'_m - \Phi''_m}{R} \qquad \text{(en el SI)}$$

$$q = \frac{1}{c}\frac{\Phi'_m - \Phi''_m}{R} \qquad \text{(en el sistema de Gauss)}$$

donde $\Phi'_m - \Phi''_m$ son los valores del flujo magnético a través del área de la espira en sus posiciones inicial y final, y ***R***, la resistencia eléctrica de dicha espira.

§ III.12.2. Fenómeno de autoinducción

1°. Se da el nombre de *fenómeno de autoinducción* al surgimiento de un campo eléctrico de inducción en un circuito a consecuencia de la variación en él de la

Capitulo III.12. Inducción electromagnética*

§ III.12.1 Ley fundamental de la inducción electromagnética

1°. *El fenómeno de inducción electromagnética* consiste en que un contorno que se halla en un campo magnético alternativo, se genera un campo eléctrico inductivo. De medidas energética de este campo sirve la *fuerza electromotriz* ε_i de inducción *electromagnética*. Si el contorno es cerrado, por la acción del campo eléctrico inducido se produce en él la ordenación del movimiento de los electrones, es decir, una corriente eléctrica que se llama *corriente de inducción*.

2°. *ley de la inducción electromagnética* (*ley de Faraday*); la fem $\mathcal{E}_i$ de la inducción electromagnética de un contorno es proporcional a la velocidad de la superficie de la limitación por este contorno:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad \text{(en el SI)}$$

$$\varepsilon_i = -\frac{1}{c}\frac{d\Phi_m}{dt} \qquad \text{(en el sistema de Gauss)}$$

Aquí no importa qué es lo que ocasiona la variación de flujo magnético: puede ser la deformación o el desplazamiento del contorno en un campo magnético externo o cualquier otra causa de la variación de ese campo en función del tiempo. Cuando un contorno conductor cerrado se traslada en un campo magnético, las fem $\mathcal{E}_i$ se inducen en todos los sectores que cortan las líneas de inducción magnética del mismo. La suma algebraica de estas fem **(p. 3°)** es igual a la fem total del contorno. Para trasladar el contorno cerrado en el campo magnético, hay que realizar un trabajo equivalente a de la corriente de inducción engendrada en el contorno.

Al calcular Φ_m y $\mathcal{E}_i$, los sentidos de recorrido del contorno (III.8.3.2°) y de la normal exterior **n** (III.10.2.5°, 6°) se coordinan de tal modo que desde el extremo del vector **n** se vea que el recorrido del contorno se efectúa en un sentido contrario al de las agujas del reloj. Si el contorno cerrado consta de N espiras en serie (por ejemplo un solenoide (III.10.3.7°)), en la ley de Faraday el flujo magnético Φ_m se sustituye por el flujo magnético total ψ (III.10.6.5°):

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt} \qquad \text{(en el SI)}$$

$$\varepsilon_i = -\frac{1}{c}\frac{d\Psi}{dt} \qquad \text{(en el sistema de Gauss)}$$

3°. La fem de la inducción electromagnética en un contorno se considera positiva si el vector momento magnético $\mathbf{P}_m$ de la corriente de inducción (III.10.3.4°) que le corresponda forma un ángulo con líneas de inducción magnética del campo que induce esta corriente. En el caso contrario ε_i se considera negativa. En la fig. III.12.1.*a* la fem: $\mathcal{E}_i$<0, y en el caso representado en la fig. III.12.1, *b*, $\mathcal{E}_i$>0.