originan un sistema «helicoidal levógiros» (III.14.3,b).

*) La numeración de las ecuaciones de Maxwell es convencional y también suele encontrarse la inversa de la adoptada en este prontuario.

**) El campo magnético siempre es rotacional (III.10.5.3º).

§ III.14.4. Sistema completo de ecuaciones de Maxwell para el campo electromagnético

1º. El sistema completo de ecuaciones de Maxwell para el campo electromagnético incluye, además de las ecuaciones estudiadas en (III.14.2.1º y 2º) y (III.14.3.4º y 5º), el teorema de Ostrogradski – Gauss para el campo eléctrico (III.5.3.3º).

$$\oint_S \mathbf{D}\, d\mathbf{S} = q_{\text{libr}} \qquad \text{(en el SI)},$$

$$\oint_S \mathbf{D}\, d\mathbf{S} = 4\pi q_{\text{libr}} \qquad \text{(en el sistema CGSE)}$$

y este mismo teorema para el campo magnético (III.10.5.6º): $\oint \mathbf{B}\, d\mathbf{S} = 0$.

Maxwell supuso que el teorema para el flujo del vector desplazamiento del campo eléctrico es correcto no solo para el campo electroestático estacionario, sino también para el campo eléctrico alternativo.

2º. Valiéndose del teorema de Gauss del análisis vectorial se puede, introduciendo la densidad volumétrica de cargas libres $\rho = \frac{dq_{\text{libr}}}{dV}$ (dV es el elemento de volumen), obtener la tercera ecuación de Maxwell en forma diferencial:

$$\text{div}\, \mathbf{D} = \rho \qquad \text{(en el SI)},$$

$$\text{div}\, \mathbf{D} = 4\pi\rho \qquad \text{(en el sistema de Gauss)}.$$

en estas formulas, div **A** (donde **A** es un vector arbitrario) se determina en coordenadas cartesianas del modo siguiente:

$$\text{div}\, \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z},$$

donde $\mathbf{A} = A_x\, \mathbf{i} + A_y\, \mathbf{j} + A_z\, \mathbf{k}$ e **i**, **j** y **k** son los vectores unitarios de los ejes de coordenadas.

3º. *El sistema completo de ecuaciones de Maxwell* incluye cuatro ecuaciones:

$$\text{I} \quad \text{rot}\, \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \qquad \text{III} \quad \text{div}\, \mathbf{D} = \rho,$$

$$\text{II} \quad \text{rot}\, \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \qquad \text{IV} \quad \text{div}\, \mathbf{B} = 0$$

$$\text{I} \quad \text{rot}\, \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \qquad \text{III} \quad \text{div}\, \mathbf{D} = 4\pi\rho,$$

$$\text{II} \quad \text{rot}\, \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \qquad \text{IV} \quad \text{div}\, \mathbf{B} = 0$$

se mueven en la cámara de aceleración describiendo trayectorias circulares. Si un electrón recorre muchas veces una orbita circular estable, el mismo se acelera basta adquirir gran energía.

4º. La intensidad **E** del campo eléctrico rotacional del betatrón es

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{2}\, r\, \frac{d\langle \mathbf{B} \rangle}{dt},$$

donde $\langle \boldsymbol{B} \rangle$ es el valor medio de la inducción magnética en el instante *t*, dentro de los limites de la orbita circular del electrón, cuyo radio el *r*.

La condición de estabilidad de la orbita del electrón en el betatrón es $B = \frac{1}{2}\langle B \rangle$, donde *B* es el valor de la inducción magnética en la orbita.

La orbita del electrón en el betatrón es estable si:

a) toda ella se encuentra en un plano. Esta condición se llama *enfoque axial* y se consigue confiriendo una forma especial a las piezas polares, la cual asegure el debilitamiento gradual del campo magnético en dirección del centro de la orbita en su periferia;

b) está asegurando el retorno a la orbita estable de los electrones que casualmente se desvían en ella (*condición de enfoque radial*) esto se logra distribuyendo espacialmente el campo magnético, de tal modo que la inducción magnética disminuya del eje a la periferia de la orbita, con más lentitud que 1/r; donde r es la distancia desde el punto considerado del campo hasta el eje de simetría *00'*.

§ III.14.3. Corriente de desplazamiento. Segunda ecuación de Maxwell

1º. Maxwell generalizo la ley de la corriente total ((III.13.4.2º) y (III.13.4.4º)) suponiendo que el campo eléctrico alternativo, lo mismo que la corriente eléctrica, es la fuente del campo magnético. La medida cuantitativa de la acción magnética del campo eléctrico alternativo es la corriente de desplazamiento.

2º. *La densidad de la corriente de desplazamiento* (III.7.2.3º) constituye

$$\mathbf{j}\, despl = \frac{\partial \mathbf{D}}{dt} \qquad \text{(en SI)},$$

$$\mathbf{j}\, despl = \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \qquad \text{(en el sistema de Gauss)}.$$

Se denomina corriente de desplazamiento a través de una superficie arbitraria S, la magnitud física numéricamente igual al flujo del vector densidad de la corriente de desplazamiento a través de esta superficie:

$$\boldsymbol{I}\, despl = \int_S \mathbf{j}\, despl\, d\mathbf{S} = \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} d\mathbf{S} = \frac{\partial \Phi_e}{\partial t} \qquad \text{(en el SI)},$$

$$\boldsymbol{I}\, despl = \int_S \mathbf{j}\, despl\, d\mathbf{S} = \int_S \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} d\mathbf{S} = \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \Phi_e}{\partial t} \qquad \text{(en el sistema de Gauss)},$$

$$E_x = E'_x\,,\quad E_y = \frac{E'_y + VB'_z}{\sqrt{1-V^2/c^2}},\quad E_z = \frac{E'_z - VB'_y}{\sqrt{1-V^2/c^2}},$$

$$H_x = H'_x\,,\quad H_y = \frac{H'_y - VD'_z}{\sqrt{1-V^2/c^2}},\quad H_z = \frac{H'_z + VD'_y}{\sqrt{1-V^2/c^2}},$$

$$D_x = D'_x\,,\quad D_y = \frac{D'_y + \frac{V}{c^2}H'_z}{\sqrt{1-V^2/c^2}},\quad D_z = \frac{D'_z - \frac{V}{c^2}H'_y}{\sqrt{1-V^2/c^2}},$$

$$B_x = B'_x\,,\quad B_y = \frac{B'_y - \frac{V}{c^2}E'_z}{\sqrt{1-V^2/c^2}},\quad B_z = \frac{B'_z + \frac{V}{c^2}E'_y}{\sqrt{1-V^2/c^2}},$$

en el sistema de Gauss:

$$E_x = E'_x\,,\quad E_y = \frac{E'_y + \frac{V}{c}H'_z}{\sqrt{1-V^2/c}},\quad E_z = \frac{E'_z - \frac{V}{c}H'_y}{\sqrt{1-V^2/c^2}},$$

$$H_x = H'_x\,,\quad H_y = \frac{H'_y - \frac{V}{c}E'_z}{\sqrt{1-V^2/c^2}},\quad H_z = \frac{H'_z + \frac{V}{c}E'_y}{\sqrt{1-V^2/c^2}}.$$

6º. El siguiente desarrollo de la teoría del campo electromagnético de Maxwell fue la teoría clásica de Lorentz. Esta teoría partía de determinadas representaciones simuladas de estructura de la substancia: se consideraba que los átomos estan formados por partículas cargadas negativas y positivas y toda la diversidad de los fenómenos eléctricos y magnéticos se explica por una determinada disposición, movimiento e interacción de las cargas y las microcorrientes. En todo punto del espacio existen ciertos microcampos eléctrico y magnético, de intensidades **e** y **h**, los cuales son resultados del conjunto de las acciones de todas las cargas y micro corrientes. Los microcampos se subordinan a un sistema de ecuaciones análogas a las de Maxwell (p.3º). la toma del valor medio de las ecuaciones de la teoría electrónica (III.14.1.4º) permite pasar a las ecuaciones de Maxwell para los campos macroscópicos **E** y **B** (III.14.1.3º), los cuales resultan ser iguales a los valores medios de los microcampos **e** y **h**:

$$\mathbf{E} = \langle \mathbf{e} \rangle, \quad \mathbf{B} = \mu_0 \langle h \rangle, \qquad (\text{en el SI}).$$

Los vectores **D** y **H** resultan estar relacionadas con $\langle \mathbf{e} \rangle$ y $\langle \mathbf{h} \rangle$ por medio de los vectores polarización $\mathbf{P_e}$ (III.5.2.3º) e intensidad de magnetización **j** (III.13.3.1º) como se indica en (III.5.3.4º) y (III.13.4.4º):

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P_e} \qquad \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0}, \qquad (\text{en el SI}),$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P_e} \qquad \mathbf{H} = \mathbf{B} + 4\pi \mathbf{J} \quad (\text{en el sitema de Gauss}).$$

Capitulo III.14. Fundamentos de la teoría de Maxwell

§ III.14.1. Característica general de la teoría de Maxwell

1º. Se da el nombre de *teoría de Maxwell* a la teoría consecuente del campo electromagnético único (III.2.1.2º) que genera un sistema arbitrario de cargas y corrientes. En la teoría de Maxwell se resuelve el *problema fundamental de la electrodinámica*: dada la distribución de la cargas y corrientes, buscar las características de los campos eléctricos y magnéticos generados por ella. La teoría de Maxwell es la generalización de las leyes más importantes que definen los fenómenos eléctricos y electromagnéticos, como son el teorema de Ostrogradski – Gauss (III.5.3.3º), la ley de corriente total (III.13.4.2º) y la ley de la inducción electromagnética (III.12.1.3º).

2º. La teoría de Maxwell tiene carácter fenomenológico. Esto se manifiesta en que en ella no se estudia el mecanismo intrínseco de los fenómenos que tiene lugar en el medio y que hacen que aparezcan los campos eléctricos y magnéticos: la permitividad relativa ε (III.5.3.4º), la permeabilidad magnética relativa μ (III.13.4.5º) y la conductividad eléctrica γ (III.7.3.4º).

3º. En la teoría de Maxwell se estudian los campos macroscópicos que general las cargas y corrientes macroscópicas concentradas en volúmenes inconmensurablemente mayores que los volúmenes de los átomos y las moléculas. Se supone que las distancias desde la fuentes de los campos hasta los puntos que se consideran en el espacio son mucho mayores que las dimensiones de los átomos y de las moléculas. Por esto los campos macroscópicos solo varían sensiblemente a distancias enormes en separación con las dimensiones lineales de los átomos (o moléculas). Además, los periodos de variación de los campos eléctricos y magnéticos alternativas se consideran mucho mayores que los periodos de los procesos intramoleculares.

4º. Las cargas y corrientes macroscópicas son conjuntos de cargas y corrientes macroscópicas que generan sus microcampos (eléctricos y magnéticos), los cuales varían continuamente en función del tiempo en cada punto del espacio.

Los campos macroscópicos considerados en la teoría de Maxwell son *microcampos promediados*. El promedio de los microcampos se hace según intervalos de tiempo mucho mayores que los periodos de los procesos intraatómicos y según volúmenes de campos muy superiores a los de los átomos y moléculas (III.14.4.5º).

5º. La teoría de Maxwell es una teoría de *acción próxima*, de acuerdo con la cual las interacciones eléctricas y magnéticas tienen lugar en campos eléctricos y magnéticos y se propagan con velocidad finita, igual a la velocidad de la luz en un medio dado. Este importante resultado se tiene en cuenta en la teoría electromagnética de la luz, creada por Maxwell.

§ III.14.2. Primera ecuación de Maxwell

1º. *La primera ecuación de Maxwell en forma integral* es la generalización de la ley de inducción electromagnética de Faraday de la forma (III.12.1.6º):