

donde $\Phi_e = \int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$ es el flujo del vector desplazamiento eléctrico a través de la superficie S (III.2.3.2°).

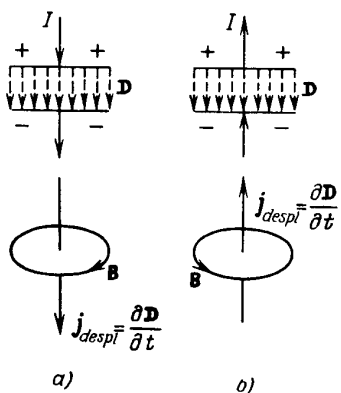


Fig. III.14.2.

Teniendo en cuenta las corrientes de desplazamiento, todas las corrientes de desplazamiento «pasan» por las zonas donde no hay conductores, por ejemplo, entre las armaduras de un condensador durante su carga o descarga. En la Fig. III.14.2 se muestran los vectores \mathbf{j}_{despl} y las líneas de inducción de los campos magnéticos de las corrientes de desplazamiento durante la carga (III.14.2,a) y la descarga (III.14.2,b) de un condensador.

3°. Según (III.5.3.4°), en cualquier dieléctrico el vector desplazamiento constituye

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}_e \quad (\text{en el SI})$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}_e \quad (\text{en el sistema CGS}),$$

donde \mathbf{P}_e es el vector polarización (III.5.2.2°).

La densidad de la corriente de desplazamiento en un dieléctrico es

$$\mathbf{j}_{despl} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}_e}{\partial t} \quad (\text{en el SI}),$$

$$\mathbf{j}_{despl} = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}_e}{\partial t} \quad (\text{en el sistema CGS}).$$

En estas últimas fórmulas, el primer término $\epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ (o, respectivamente, $\frac{1}{4\pi} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$) se

llama *densidad de la corriente de desplazamiento en el vacío*, y el segundo, $\frac{\partial \mathbf{P}_e}{\partial t}$, es la *densidad de la corriente de la polarización*. Este segundo término representa la densidad de la corriente debido al desplazamiento ordenado de las cargas en el dieléctrico, es decir, al desplazamiento de las cargas en las moléculas del dieléctrico neutro (III.5.1.3°) o el giro de los dipolos en los dieléctricos polares (III.5.1.5°). La corriente de desplazamiento en el vacío y en los metales no produce calor de Joule (III.8.2.6°); esto la distingue de las corrientes de conducción.

La corriente de polarización está relacionada con la pérdida de energía en el dieléctrico durante el proceso de su polarización, y produce calor de Joule.

4°. Maxwell añadió al segundo miembro de la ley de la corriente total en la forma (III.13.4.4°), la corriente de desplazamiento y escribió esta ley así:

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{macro} + I_{despl} \quad (\text{en el sistema SI}),$$

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \frac{4\pi}{c} (I_{macro} + I_{despl}) \quad (\text{en el sistema de Gauss}).$$

A estas ecuaciones le da el nombre de *segunda ecuación Maxwell forma integral*. Ella demuestra que la circulación del vector intensidad del campo magnético, siguiendo en contorno cerrado cualquiera L, es igual a la suma algebraica de las macrocorrientes y de la corriente de desplazamiento a través de la superficie que se extiende sobre este contorno.

5°. Valiéndose del teorema de Stokes del análisis vectorial: $\oint_S \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \text{rot } \mathbf{H} \cdot d\mathbf{S}$; donde

$d\mathbf{S} = \mathbf{n} \cdot dS$, y \mathbf{n} es el vector unidad de la normal a la superficie elemental dS . Por lo tanto de la expresión de la *corriente total*,

$$I = I_{macro} + I_{despl} = \int_S (\mathbf{j} + \mathbf{j}_{despl}) \cdot d\mathbf{S},$$

se puede escribir la *segunda ecuación de Maxwell en forma diferencial*:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{en el SI}),$$

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{en el sistema de Gauss}).$$

En estas ecuaciones, $\text{rot } \mathbf{H}$ tiene el mismo sentido que $\text{rot } \mathbf{E}$ en (III.14.2.2°).

6°. En ausencia de corrientes de conducción ($\mathbf{j} = 0$), las ecuaciones primera y segunda de Maxwell tiene forma simétrica con una exactitud de hasta el signo del segundo miembro de las ecuaciones primera y segunda:

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \text{rot } \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{en el sistema SI}),$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \text{rot } \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{en el sistema de Gauss}).$$

De la comparación de las ecuaciones de Maxwell*) se sacan las siguientes conclusiones:

a) Los campos eléctrico y magnético están relacionados entre sí: la variación del campo eléctrico en función del tiempo hace que se produzca un campo magnético**). A su vez, un campo magnético alternativo es fuente de campo eléctrico rotacional.

b) La diferencia de signos de los segundos miembros de las ecuaciones de Maxwell se halla en concordancia con la ley de conservación de la energía y la ley de Lenz (III.12.1.4°).

Si los signos $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ y $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ fueran iguales, el incremento infinitesimal de uno de los campos acarrearía un aumento ilimitado de ambos, la disminución infinitesimal de uno de los campos conduciría a la completa desaparición de ambos. La diferencia indicada de signos de los segundos miembros de la ecuación de Maxwell es condición necesaria para la existencia de un campo electromagnético estable.

Las diferencias de signos de los segundos miembros de las ecuaciones de Maxwell corresponden a que los sentidos de $\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$ y \mathbf{H} forman un sistema «helicoidal dextrógiros» (Fig. III.14.3,a), y los sentidos de $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ y \mathbf{E}

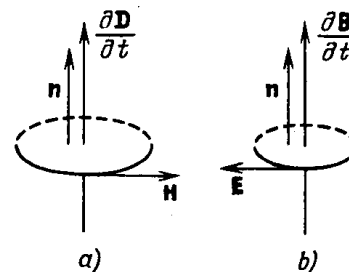


Fig. III.14.3.

$$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = -\frac{\partial \phi_m}{\partial t} \quad (\text{en el SI}),$$

$$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \phi_m}{\partial t} \quad (\text{en el sistema de Gauss}),$$

Según Maxwell, esta ley es válida no solo para un circuito conductor, sino también para cualquier circuito cerrado elegido mentalmente en un campo magnético alternativo. Esto significa que el campo magnético alternativo genera en cualquier punto del espacio un campo eléctrico rotacional independientemente de que en dicho punto se encuentre o no un conductor.

2°. Si se aplica la expresión del flujo magnético (III.10.5.4°).

$$\phi_m = \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = \int_S B_n dS$$

y el teorema de Stokes del análisis vectorial: $\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = \int_S \text{rot } \mathbf{E} d\mathbf{S}$, donde $d\mathbf{S} = dS \mathbf{n}$ (\mathbf{n} es el vector unidad de la normal a la superficie elemental dS) y se puede pasar a la primera ecuación de Maxwell del p. 1° a la primera ecuación de Maxwell en forma diferencial:

$$\text{rot } \mathbf{E} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{en el SI}),$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{en el sistema de Gauss}),$$

Aquí $\text{rot } \mathbf{E}$ en coordenadas cartesianas se expresa por el determinante siguiente:

$$\text{rot } \mathbf{E} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}.$$

3°. La creación de un campo eléctrico rotacional es el espacio, bajo la influencia del campo magnético alternativo, se utiliza en el acelerador de electrones del tipo de inducción (III.11.4.2°), llamada *betatrón*.

El campo magnético alternativo de un electroimán con piezas polares cónicas A y C (Fig. III.14.1) hace que en la cámara de aceleración en el vacío D , en forma de anillo cerrado, se genere un campo eléctrico rotacional. Las líneas de intensidad (III.1.1.5°) de este campo eléctrico rotacional se encuentran en el plano MN , perpendicular al eje OO' de simetría de las piezas polares, y tienen forma de circunferencia con centro en el punto K . En todos los puntos de cualquiera de esas circunferencias, el vector intensidad \mathbf{E} tiene un valor numérico constante y su dirección es tangencial a la circunferencia. Los electrones

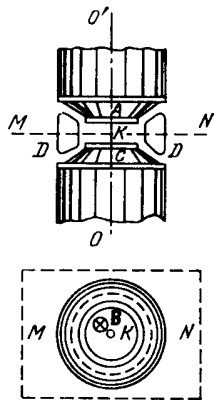


Fig. III.14.1.

4°. El sistema de ecuaciones de Maxwell se completa con las ecuaciones que caracterizan las propiedades eléctricas y magnéticas del medio. Para un medio isotrópico, en el caso de macrocorrientes que cumplen la ley de Ohm (III.7.3.4°), estas ecuaciones tienen la forma:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E} \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H} \quad \mathbf{j}_{macro} = \gamma \mathbf{E} \quad (\text{en el SI}),$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad \mathbf{j}_{macro} = \gamma \mathbf{E} \quad (\text{en el sistema de Gauss}).$$

Aquí ϵ_0 y μ_0 son, respectivamente, las constantes eléctrica y magnética en el SI (III.1.2.5°) y (III.10.5.2°); ϵ y μ , respectivamente, la permitividad relativa y la permeabilidad magnética relativa; y γ , la conductividad eléctrica.

Para resolver el sistema de ecuaciones de Maxwell hay que conocer también las condiciones de frontera para los vectores que caracterizan el campo electromagnético:

$$D_{n1} - D_{n2} = \sigma, \quad E_{t1} = E_{t2},$$

$$B_{n1} = B_{n2}, \quad H_{t1} - H_{t2} = j_{sup} \quad (\text{en el SI}),$$

$$D_{n1} - D_{n2} = 4\pi\sigma, \quad E_{t1} = E_{t2}, \quad (\text{en el sistema de Gauss}),$$

$$B_{n1} = B_{n2}, \quad H_{t1} - H_{t2} = \frac{4\pi}{c} j_{sup}$$

donde σ es la densidad superficial de las cargas eléctricas libre; \mathbf{n} , el vector unidad de la normal a la superficie de separación, dirigido del medio 2 al medio 1; t , el vector unidad de la tangente a dicha superficie; y j_{sup} , la proyección del vector densidad de corriente de conducción superficiales sobre la dirección $[\mathbf{tn}]$.

Cuando se dan las condiciones de frontera y las condiciones iniciales, es decir, conociendo los valores de los vectores \mathbf{E} , \mathbf{H} en el instante inicial $t = 0$, el sistema de ecuaciones de Maxwell tiene una sola solución.

5°. Las ecuaciones de Maxwell son invariantes respecto de las transformaciones de Lorentz (I.5.3.2°).

En la teoría especial de la relatividad (TER) (I.5.1.1°) se demuestra que el campo electromagnético único se manifiesta de modo diferente en distintos sistemas inerciales de referencia (I.2.1.2°). En particular, uno de los campos —el eléctrico o el magnético— puede estar ausente en un sistema de coordenadas y presente en otro. Las formulas de las transformaciones de Lorentz para las componentes, según los ejes de los vectores \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{D} y \mathbf{B} de los campos eléctrico y magnético cuando se pasa de un sistema inercial en reposo K a un sistema K' que se mueve con respecto a K uniforme y rectilíneamente a lo largo del eje OX con velocidad V , son en el SI: