en puntos determinados del espacio, *o continuamente (distribución continua de las cargas).* En este último caso las cargas permanecerán distribuidas .a lo largo de cierta línea sobre la superficie de cualquier cuerpo o en un volumen determinado. Para la distribución continua de las cargas eléctricas se introduce el concepto de densidad de las cargas. Si las cargas eléctricas están distribuidas continuamente a lo largo de una línea, se introduce la *densidad lineal* τ *de las cargas:*

$$\tau = \frac{dq}{dl},$$

En la que *dq es* la carga de una parte infinitesimal de una línea de longitud *dl.*

Si las cargas eléctricas están distribuidas continuamente en una superficie, se introduce la *densidad superficial o de las cargas:*

$$\sigma = \frac{dq}{dS},$$

siendo *dq* la carga situada en una porción infinitesimal de una superficie de área *dS.*
Cuando las cargas eléctricas están distribuidas continuamente en un volumen cualquiera, se introduce la *densidad espacial* p *de las cargas:*

$$\rho = \frac{dq}{dV},$$

Donde *dq es* la carga de un elemento infinitesimal de volumen *dV.*
Ejemplo. Campo electrostático de un dipolo eléctrico. Se da el nombre de *dipolo eléctrico* a un sistema de dos cargas eléctricas de igual magnitud y de signos opuestos, $+q$ y $-q$ $(q > 0)$, separadas por una distancia *I* pequeña en comparación con la distancia hasta los puntos del campo que se consideran. Se llama *brazo del dipolo* el vector 1 dirigido (conforme al eje del dipolo) de la carga negativa a la positiva, e igual numéricamente a la distancia í entre ellas (fig. III.2.1). El producto de la carga *q* del dipolo $(q > 0)$ por el brazo **1** se denomina *momento eléctrico* $\mathbf{p}_e$ *del dipolo:*

$$p_e = ql.$$

La intensidad E del campo del dipolo en un punto arbitrario constituye

$$E = E_+ + E_-,$$

Donde $\mathbf{E}_+$. y $\mathbf{E}_-$ son las intensidades de los campos de las cargas $+q$ y $-q$ **(fig. III.2.1).**

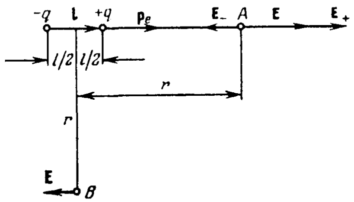

Fig. III.2.1.

En un punto *A,* situado sobre el eje del dipolo a la distancia r de su centro **(fig. III.2.1)** (r>> *l*), la intensidad del campo del dipolo es

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p_e}{\varepsilon r^3} \qquad \text{(en el SI)}$$

$$E = \frac{2p_e}{\varepsilon r^3} \qquad \text{(en el sistema de Gauss)}$$

En un punto *B,* situado en la perpendicular levantada al eje del dipolo en su punto medio a la distancia r del centro
(r >>l),

$$E = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p_e}{\varepsilon r^3} \qquad \text{(en el SI)}$$

$$E = -\frac{2p_e}{\varepsilon r^3} \qquad \text{(en el sistema de Gauss)}$$

En un punto arbitrario O, suficientemente alejado del dipolo (r>> *l)* **(fig. III.2.2)**, el módulo de intensidad de su campo

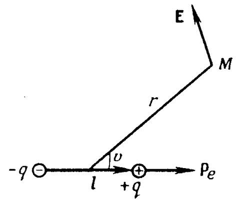

Fig. III.2.2.

Constituye

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p_e}{\varepsilon r^3}\sqrt{3\cos^2\vartheta + 1} \qquad \text{(en el SI)},$$

$$E = \frac{p_e}{\varepsilon r^3}\sqrt{3\cos^2\vartheta + 1} \qquad \text{(en el sistema CGSE).}$$

§ III.2.3. Desplazamiento eléctrico. Teorema de Ostrogradski—Gauss

1°. La intensidad del campo eléctrico **(111.2.1.2°)** depende de las propiedades del medio. En un medio isótropo homogéneo la intensidad **E** es inversamente proporcional a ε **(111.1.2.5°).** Para caracterizar el campo eléctrico, además de la intensidad E, se introduce el vector de *desplazamiento o inducción eléctrica* **D.**
Para un campo en un medio eléctricamente isótropo, la relación entre **D** y **E** tiene la forma

$$E = \frac{1}{4\pi\, \varepsilon_0} \frac{q}{\varepsilon r^2}$$ (en el SI)

$$E = \frac{q}{\varepsilon r^3}$$ (en el sistema de Gauss)

Donde r es el radio vector que une la carga q con el punto en que se calcula la intensidad del campo. Los vectores E tienen dirección radial en todos los puntos del campo partiendo de la carga q si q > O, y convergiendo hacia ella si q **<:** 0. La proyección $E_{r.}$ de la intensidad del campo sobre la dirección del radio vector **r,** es:

$$E_r = \frac{1}{4\pi\, \varepsilon_0} \frac{q}{\varepsilon r^2}$$ (en el SI)

$$E_r = \frac{q}{\varepsilon r^2}$$ (en el sistema de Gauss)

Con una fórmula semejante se calcula la intensidad del campo de una esfera electrizada (por su superficie) con una carga q a la distancia r del centro de dicha esfera cuyo radio es R. Dentro de esta última,

$$E_r = 0 \,.$$

5°. La fuerza F que actúa por parte del campo eléctrico sobre una carga arbitraria q situada en un punto dado del campo, constituye

$$F = qE \,,$$

donde **E** es la intensidad del campo (en el punto en que se encuentra la carga *q)* distorsionado por esta carga, es decir, diferente del campo que existía antes de introducir en él la carga q.

6°. Para representar gráficamente los campos electrostáticos se utiliza el método de *líneas de fuerza (líneas de intensidad del campo).*
Se llaman *líneas de fuerza* las curvas cuyas tangentes en cada punto coinciden con la dirección del vector intensidad del campo.
Las líneas de fuerza se considera que tienen la misma dirección que el vector intensidad.
Las líneas de intensidad del campo no se cortan, ya que en cada punto de éste, el vector **E** sólo tiene una dirección.
Las líneas de fuerza no son idénticas a las trayectorias que siguen en el campo electrostático las partículas ligeras cargadas.
En cada punto de la trayectoria de una partícula es tangente a ella la dirección de la velocidad. La fuerza que actúa sobre una partícula cargada y, por consiguiente, su aceleración, están dirigidas con arreglo a la tangente de la línea de tuerza.

dS; D_n == D cos α, la proyección del vector **D** sobre la dirección del vector **n;** y dS, = dS cos α, el área de la proyección de la superficie elemental dS sobre un plano perpendicular al vector **D (fig. III.2.3).**

Si el campo eléctrico fue creado por una carga puntual q, el flujo de desplazamiento $d\Phi_e$ a través del área elemental dS de la superficie cerrada S que rodea dicha carga, constituye

$$d\Phi_e = \frac{q}{4\pi}\, d\omega,$$

Donde ¿caes el ángulo sólido bajo el cual se ve el área dS de la superficie S desde la carga puntual q **(fig. III.2.3).**
El flujo de desplazamiento total dΦ a través de la superficie S se halla sumando o integrando todos los flujos elementales:

$$\Phi_e = \int_S \mathbf{D}\, d\mathbf{S} = \int_S D\, dS \cos(\widehat{\mathbf{Dn}}) = \int_S D_n\, dS = \int_S D\, dS_{\perp}.$$

En este caso todos los versores **n** normales a las áreas dS se dirigen a un mismo lado de la superficie 5. Por ejemplo, si la superficie S está cerrada (fig. 111.2.3), todos los versores n de las normales deberán ser o externos o internos *).

3°. *Teorema de Ostrogradski — Gauss:* el flujo de desplazamiento a través de una superficie cerrada arbitraria es igual o proporcional a la suma algebraica de las cargas eléctricas q_1, q_2, q_3,. . ., $_R$, abarcadas por esta superficie:

$$\oint_S \mathbf{D}\, d\mathbf{S} = \oint_S D_n\, dS = \sum_{i=1}^{k} q_i \qquad \textbf{(en el SI),}$$

$$\oint_S \mathbf{D}\, d\mathbf{S} = \oint_S D_n\, dS = 4\pi \sum_{i=1}^{k} q_i \qquad \textbf{(en el sistema CGSE).}$$

El flujo de desplazamiento a través de cualquier superficie cerrada que no abarque cargas es nulo.
La forma diferencial del teorema de Ostrogradski — Gauss es una de las ecuaciones de Maxwell para el campo electromagnético **(111.14.4.2°).**
4°. Teorema de Ostrogradski — Gauss para un campo electrostático en el vacío: el flujo del vector intensidad del campo electrostático en el vacío, a través de cualquier superficie cerrada es proporcional a la suma algebraica de las cargas eléctricas
*) En adelante sólo se utilizarán las normales externas.

Abarcadas por esta superficie:

$$\oint_S \mathbf{E}\, d\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{k} q_i \qquad \text{(en el SI, siendo } \varepsilon_0 \text{ la constante dieléctrica (III.1.2.7°)),}$$

$$\oint_S \mathbf{E}\, d\mathbf{S} = 4\pi \sum_{i=1}^{k} q_i \qquad \text{(en el sistema CGSE).}$$

El teorema de Ostrogradski — Gauss para el campo de un dieléctrico se puede ver en **111.5.3.3°.**