realizan las fuerzas externas (contra las fuerzas del campo electrostático), trasladando una carga unitaria positiva desde el infinito a un punto dado del campo.

8º Al estudiar los campos electrostáticos, en todos los problemas importa conocer la diferencia de potencial entre puntos determinados del campo y no los valores absolutos de los potenciales de estos puntos. Por esto la elección del punto de potencial nulo viene determinada únicamente por la conveniencia de facilitar la resolución de un problema dado. Con frecuencia resulta conveniente considerar nulo el potencial de la Tierra.

§III.3.3 Relación entre el potencial y la intensidad de un campo electrostático.

1º El trabajo elemental **δA** realizado en una traslación infinitesimal de una carga q´ en un campo electrostático, basándose en las formulas de (III.3.2.1º) y (III.3.2.6º), constituyéndose en las formulas de (III.3.2.6º), constituye

O bien

$$\delta A = q'\,E\cos\,(Edl)\,dl = -dW = q'd\varphi$$
$$E\cos\,(Edl) = -d\varphi; \quad \mathbf{E}d\mathbf{l} = -d\varphi d$$

Pero $dl\,\cos\,(Edl) = dl_0$ donde dl_0 es el elemento de longitud de la línea de fuerza (III.1.1.4^0) (fig.III.3.3) , por lo que $\mathbf{E} = -\frac{d\varphi}{dl_0}$. La derivada $\frac{d\varphi}{dl_0}$ representa la rapidez con que varia el potencial a lo largo de la línea de fuerza, numéricamente igual a la variación del potencial correspondiente a la unidad de longitud de esta línea de fuerza.

2º La proyección E_1 del vector **E** sobre la dirección de la traslación dl es $E_l = \mathbf{E}\cos(\mathbf{E}dl)$. por esto

$$E_l = -\frac{d\varphi}{dl}.$$

Es evidente que $E_l \le E$ y $\left|\frac{d\varphi}{dl}\right| \le \left|\frac{d\varphi}{dl_0}\right|$ por lo que E_l y $\frac{d\varphi}{dl}$ y alcanzan los valores máximo si dl esta dirigida tangencialmente hacia la línea de fuerza.

En las proximidades de un punto dado en el campo electrostático, el potencial varia mas rápidamente en dirección de la línea de fuerza. El vector **E** esta dirigido hacia la disminución mas rápida del potencial.

3^0 una forma mas general de la relación entre la intensidad y el potencial de un campo electrostático es

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad}\varphi,$$

En la que grad φ es el vector gradiente de potencial dirigido hacia la parte en que el potencial aumenta más de prisa e igual numéricamente a la rapidez de su variación por unidad de longitud en esta dirección. Si el potencial φ se considera como función de las tres coordenadas cartesianas del punto dado, entonces

$$\operatorname{grad}\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\mathbf{I} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\mathbf{J} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\mathbf{k},$$

Donde **I**, **J** y **K** son vectores unitarios dirigidos según los ejes O**X**, O**Y** y O**Z**. Entre las proyecciones del vector intensidad del campo electrostático sobre los ejes de coordenadas, y el potencial del campo existen las relaciones siguientes:

$$E_X = -\frac{\partial\phi}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial\phi}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial\phi}{\varphi z}$$

4º. Si la carga eléctrica se traslada en dirección dl perpendicular a la línea de fuerza, es decir, perpendicular al vector E, entonces $E_l = 0$ y $d\varphi / dl = 0$ (p.1º) ó sea $\varphi = const$. En todos los puntos de una curva ortogonal a las líneas de fuerza el potencial es el mismo.

El lugar geométrico de los puntos de igual potencial se llama *superficie equipotencial*. De lo antedicho se deduce que las superficies equipotenciales deben ser en todas partes ortogonales a las líneas de fuerza.
El trabajo realizado al trasladar una carga eléctrica por una misma superficie equipotencial es nulo.
En torno a cualquier sistema de cargas eléctricas se puede trazar un conjunto infinito de superficies equipotenciales cualesquiera sean iguales.

5º. Existen dos procedimientos para representar gráficamente lo campos electrostáticos: valiéndose de las líneas de fuerza y por medio de las superficies equipotenciales. Conociendo la disposición de las líneas de fuerza del campo electrostático se pueden construir las superficies equipotenciales y, viceversa, sabiendo como están situadas las superficies equipotenciales, en cada punto del campo se puede hallar la magnitud y la dirección de la intensidad de este ultimo, es decir, se pueden construir las líneas de fuerza.

§III.3.4 conductores en un campo electrostático

1º. En los conductores metálicos sólidos existen portadores de corriente – electrones de conexión (electrones libres) – que, por la acción de un campo eléctrico externo, puede trasladarse por el volumen del conductor. Los electrones de conexión surgen cuando la sustancia del conductor metálico pasa de un estado menos condensado a otro más condensado – del estado gaseoso al líquido o sólido. En este caso se produce la (¨

en la que C es una constante arbitraria . si se considera que $W_p = 0$ cuando r tiende al ∞, entonces, $C = 0$ y la energía potencial de la carga q' que se encuentra en el campo de la carga q a la distancia r de ella, constituirá

$$\mathbf{W_P} = -\frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} \qquad \text{(en el SI)}$$

$$\mathbf{W_P} = \frac{qq'}{\varepsilon r} \qquad \text{(en el sistema CGSE)}$$

Cuando las cargas q y q' tiene el mismo signo, la energía potencial de su interacción (repulsión) es positivo y cree (decrece) al aproximarse (alejarse) entre si las cargas. En caso de atracción mutua de las cargas de signos distintos. $\mathbf{W_P} \lhd 0$ y aumenta hasta cero cuando una de las cargas se aleja hasta el infinito. En la fig. III.3.2 se muestra la variación de la energía potencial de dos cargas puntuales en función de la distancia entre ellas.
5º La energía potencial $\mathbf{W_0}$ de una carga q' que se encuentra en el campo de un sistema de cargas puntuales $q_1 q_2 .....q_n$, es igual a la suma de sus energías potenciales $\mathbf{W_{iP}}$ en los campos que crean cada unas de las cargas por separado:

$$\mathbf{W_P} = \sum_{\mathbf{i=1}}^{n} \mathbf{W_{ip}} = q' \sum_{\mathbf{i=1}}^{n} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1} \quad \text{(en el SI).}$$

Donde r_i es la distancia entre las cargas q_1 y q.

6º Se denomina *potencial* de un *campo electrostático* la característica energética de este campo, que representa la relación entre la energía potencial $\mathbf{W_P}$ de la carga q' y la magnitud de dicha carga:

$$\varphi = \frac{\mathbf{W_P}}{q'} = \sum \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_i} \quad \text{(en el SI)}$$

Esta relación no depende de la magnitud de la carga q' y es numéricamente igual a la energía potencial de la carga de ensayo unitaria (III.2.1.2º) situada en el punto considerado del campo.

Ejemplos:

1) Potencial del campo electrostática creado por una carga puntual q en un dieléctrico isótropo homogéneo,

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} \qquad \text{(en el SI)}$$

$$\varphi = \frac{q}{\varepsilon r} \qquad \text{(en el sistema CGSE)}$$

$$Dn = \sigma, \quad \mathrm{E}_n = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon} \quad \text{(En el SI),}$$

En las que n es la normal externa a la superficie del conductor σ, la densidad superficial de las cargas en el conductor (III.2.2.3º) E, la permitividad relativa del medio (III.1.2.4º); y E_0 , la constante dieléctrica en el SI (III.1.2.7º).

Siendo r_1 y r_2 las distancias desde la carga q' a los puntos a y b (fig. III.3.1).
Si las cargas q y q' tienen el mismo signo, el trabajo A de las fuerzas eléctricas de repulsión es positivo cuando las cargas se alejan una de otra, y negativo, cuando se alejan entre si.

3º. Al trasladarse una carga eléctrica q' en el campo creado por un sistema de cargas puntuales y $q_1, q_2 ... q_n$, sobre la carga q' actúa una fuerza

$$F = F_1 + F_2 + ... + F_n,$$

Y el trabajo A de la fuerza resultante es igual a la suma algebraica de los trabajos que realizan las fuerzas componentes

$$A = A_{1+} ... A_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{a' qi}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \left(\frac{1}{ri_1} - \frac{1}{ri_2} \right)$$

donde r_{i1} y r_{i2} son las distancias desde la carga q_i hasta las posiciones inicial y final de las carga q' . Cada uno de los trabajos q_i y el trabajo total de A dependen de las posiciones inicial y final de la carga q' y no de la forma de su trayectoria.

4º. Recibe el nombre de *circulación de la intensidad*, siguiendo el contorno cerrado L , la integral curvilínea;

$$\oint_L Edl \cos(\mathbf{E}d\mathbf{l}) = \int_L \mathbf{E}d\mathbf{l}$$

Esta integral equivale numéricamente al trabajo que realizan las fuerzas electroestáticas cuando por un camino cerrado se traslada una carga eléctrica unitaria positiva. Como para un camino cerrado $r_{i1} = r_{i2}$ de acuerdo don el p.3º tenemos que

$$\int_L \mathbf{E}d\mathbf{l} = 0,$$

es decir, el trabajo a que nos referimos es nulo.
El campo de fuerzas cuya intensidad E satisface esta condición se llama *campo de potencial*. El campo electrostático es un campo de potencial.
La forma diferencial de la condición de potencialidad del campo electrostático es una de las ecuaciones de Maxwell para el campo electrostático (III-14.2.1).

III.3.2. Potencial de un campo electrostático

1º. El trabajo δA (III.3.1.1º) es igual a la perdida dW_p de energía potencial (1.3.3.1º) de la carga q' se traslada en el campo electrostático:

$$\delta A = -dW_p$$

y