

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} \quad (\text{en el SI})$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} \quad (\text{en el sistema CGSE}).$$

El flujo del vector intensidad \mathbf{E} a través de una superficie cerrada arbitraria S en el vacío es:

$$\oint_S \epsilon_0 \mathbf{E}_n dS = q_{\text{libres}} \quad (\text{en el SI})$$

$$\oint_S \mathbf{E}_n dS = 4\pi q_{\text{libres}} \quad (\text{en el sistema CGSE}).$$

Para el campo en una substancia, de acuerdo con el p. 2º, el flujo del vector \mathbf{E} será igual a

$$\oint_S \epsilon_0 \mathbf{E}_n dS = q_{\text{libres}} + q_{\text{ligadas}} \quad (\text{en el SI}),$$

$$\oint_S \epsilon_0 \mathbf{E}_n dS = 4\pi(q_{\text{libres}} + q_{\text{ligadas}}) \quad (\text{en el sistema CGSE}).$$

La suma de las cargas ligadas q_{ligadas} abarcadas por la superficie cerrada S se calcula por la fórmula

$$q_{\text{ligadas}} = -\oint_S \mathbf{P}_{en} dS$$

donde \mathbf{P}_{en} es la proyección del vector de polarización sobre la normal externa a la superficie dS . De este modo,

$$\oint_S (\epsilon_0 \mathbf{E}_n + \mathbf{P}_{en}) dS = q_{\text{libres}} \quad (\text{en el SI}),$$

$$\oint_S (\mathbf{E}_n + 4\pi \mathbf{P}_{en}) dS = 4\pi q_{\text{libres}} \quad (\text{en el sistema CGSE}).$$

La comparación con la formulación general del teorema de Ostrogradski – Gauss, dada en el p. 3º, permite establecer la relación entre los vectores \mathbf{D} , \mathbf{E} y \mathbf{P}_n :

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}_{en} \quad (\text{en el SI}),$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}_{en} \quad (\text{en el sistema CGSE}),$$

o, en virtud del carácter arbitrario de la normal externa \mathbf{n} ,

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}_e \quad (\text{en el SI}),$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}_e \quad (\text{en el sistema CGSE})$$

donde n_0 es el número de moléculas en la unidad de volumen, y \mathbf{P}_e , el momento dipolar de una molécula. Aplicando la fórmula para \mathbf{P}_e (III.5.1.3º), obtenemos:

$$\mathbf{P}_e = n_0 \epsilon_0 \alpha \mathbf{E} = \epsilon_0 x \mathbf{E} \quad (\text{en el SI}),$$

$$\mathbf{P}_e = n_0 \alpha \mathbf{E} = x \mathbf{E} \quad (\text{en el sistema CGSE})$$

donde $x = n_0 \alpha$ es la susceptibilidad dieléctrica de la substancia.

5º. Para un dieléctrico polar homogéneo (III.5.1.4º) que se encuentre en un campo eléctrico también homogéneo, $\mathbf{P}_e = n_0 \langle \mathbf{p}_e \rangle$, donde $\langle \mathbf{p}_e \rangle$ es el valor medio de la componente del momento dipolar permanente de la molécula a lo largo de la intensidad del campo. Si el dieléctrico polar se halla en un campo eléctrico externo débil, la susceptibilidad dieléctrica se calcula por la fórmula de Debye – Langevia:

$$x = \frac{n_0 \mathbf{P}_e^2}{3\epsilon_0 kT} \quad (\text{en el SI})$$

$$x = \frac{n_0 \mathbf{P}_e^2}{3kT} \quad (\text{en el sistema CGSE})$$

aquí k es la constante de Boltzmann (II.1.4.5º), y T , la temperatura absoluta. Las demás notaciones véanse en III.5.1.3º.

En la fig. III.5.2 se muestra la dependencia $x = x \left(\frac{1}{T} \right)$ para las moléculas neutras (a) y

polares (b). La recta (b) no pasa por el origen de coordenadas debido a que en las moléculas polares se producen generalmente las polarizaciones dipolar y electrónica (p. 1º b) y la susceptibilidad dieléctrica consta de dos partes: $x = x' + x''$ donde x' y x'' vienen expresadas por las fórmulas de los pp. 4º y 5º.

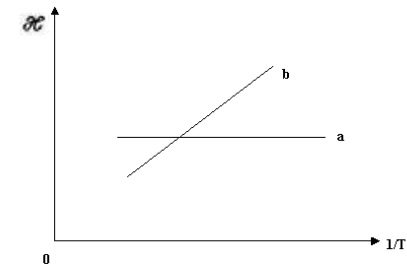


FIGURA III.5.2

2°. La permitividad relativa ϵ y la susceptibilidad dieléctrica χ (III.5.2.3°) de los ferroeléctricos son funciones de la intensidad \mathbf{E} del campo creado en la substancia (fig. III.5.5).

Como consecuencia de esto, en los ferroeléctricos no se observa dependencia lineal entre los valores \mathbf{P}_e y \mathbf{E} . La dependencia del desplazamiento eléctrico \mathbf{D} respecto de la intensidad del campo tiene carácter complejo, y la relación lineal entre \mathbf{D} y \mathbf{E} sólo existe cuando los valores de \mathbf{E} son muy grandes (fig. III.5.6).

3°. El monocristal del ferroeléctrico está dividido en regiones espontáneamente polarizadas llamadas *dominios* (compárese con III.13.5.4°). La *polarización espontánea* de los dominios es el resultado de la orientación de los momentos dipolares de las moléculas que hay dentro del dominio en una dirección determinada. En ausencia de campo eléctrico externo, los vectores de polarización de diversos dominios están orientados caóticamente y, para un monocristal grande o un policristal, es el promedio de polarización total es nulo. Bajo la acción de un campo eléctrico, en el ferroeléctrico se produce la reorientación de los momentos eléctricos de los dominios, y en el cristal aparece una polarización total distinta de cero.

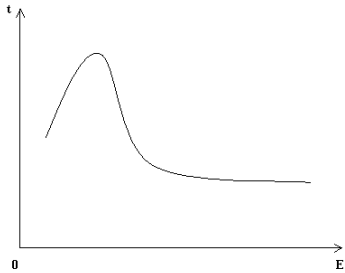


FIGURA III.5.5

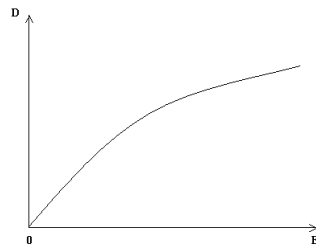


FIGURA III.5.6

4°. La formación de dominios en los ferroeléctricos ocurre en un intervalo de temperaturas determinado; entre los *puntos de Curie* superior e inferior ν_{sup} y ν_{inf} (compárese con III.13.5.3°), para la sal de Seignette (p. 1°),

Cuando $T \geq \nu_{\text{sup}}$, las fuerzas de interacción entre los dipolos no pueden resistir el movimiento térmico, la polarización espontánea de los dominios se rompe y el ferroeléctrico se convierte en un dieléctrico polar ordinario. El crecimiento brusco de la capacidad calorífica de la substancia demuestra que en el punto de Curie se produce una transición de fase de segundo orden (II.5.4.2°). Por encima del punto de Curie ν_{sup} existe una fase no ordenada y, en ausencia de campo externo, el dieléctrico no esta

$$\mathbf{F} = p_{ex} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + p_{ey} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial y} + p_{ez} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z},$$

donde $\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y$ y \mathbf{P}_z son las proyecciones del vector \mathbf{P}_e sobre los ejes del sistema de coordenadas cartesianas. En particular, si el vector \mathbf{E} está dirigido según el eje OX y depende únicamente de la coordenada x ($\mathbf{E}_x = E(x), \mathbf{E}_y = \mathbf{E}_z = 0$ y $\mathbf{E} = \mathbf{E}_x l$), entonces

$$\mathbf{F} = p_{ex} \frac{\partial E}{\partial x} \mathbf{i}.$$

Bajo la acción de la fuerza \mathbf{F} el dipolo permanente libre tiende a trasladarse a la región de la máxima intensidad del campo.

7°. Un dipolo permanente que se encuentra en un campo eléctrico externo tendrá la energía potencial

$$W_p = -\mathbf{p}_e \mathbf{E} = -p_e E \cos \theta$$

en la que \mathbf{p}_e es el momento eléctrico del dipolo; \mathbf{E} , la intensidad del campo en el lugar en que se halla el dipolo; y $\theta = (\mathbf{p}_e, \mathbf{E})$, el ángulo entre el eje del dipolo y la dirección del vector \mathbf{E} . El signo menos significa que a la posición estable del dipolo le corresponde el ángulo $\theta = 0$ cuando la energía potencial del dipolo tiene su valor mínimo y el vector \mathbf{p}_e está dirigido a lo largo del vector \mathbf{E} .

§ III.5.2. Polarización de los dieléctricos

1°. Si un dieléctrico polar (III.5.1.4°) no se encuentra en un campo eléctrico externo, como resultado del movimiento térmico caótico de las moléculas, los vectores de sus momentos dipolares serán orientados caóticamente. Por esto, en cualquier volumen físicamente infinitesimal ΔV^* , la suma de los momentos dipolares de todas las moléculas es nula.

En un dieléctrico neutro que no se encuentre en un campo eléctrico externo no pueden surgir momentos dipolares inducidos en las moléculas (III.5.1.3°)

2°. Al introducir el dieléctrico en un campo eléctrico externo se produce la *polarización del dieléctrico*, que consiste en que en cualquier volumen elemental ΔV surge un momento

* En esta caso $\Delta V \gg \nu_0$, siendo ν_0 el volumen de una molécula, y el volumen ΔV contiene un número de moléculas bastante grande.

Capítulo III.5. Dieléctricos en un campo eléctrico

§ III.5.1 Momentos dipolares de las moléculas de un dieléctrico

1°. Las sustancias que no conducen la corriente eléctrica se llaman *dieléctricos*. A temperaturas no demasiado altas y en unas condiciones en que el dieléctrico no esté sometido a la acción de campos eléctricos muy intensos, en estas sustancias, a diferencia de los conductores, no existen portadores de corriente eléctrica libre.

2°. Las moléculas del dieléctrico son eléctricamente neutras y contienen igual número de cargas positivas y negativas. No obstante, estas moléculas tienen propiedades eléctricas. En primera aproximación las moléculas del dieléctrico se pueden considerar como dipolos de momento eléctrico dipolar $\mathbf{P}_e = ql$ (III.2.2.3°). en los que q es la magnitud absoluta de las cargas sumariamente positivas (y también sumariamente negativas) situadas, respectivamente, en los centros de gravedad de las mismas, y l , la distancia entre los centros de gravedad de las cargas positivas y negativas. Como todo dipolo, la molécula de la sustancia crea en el espacio circundante un campo eléctrico. (III.2.2.3°).

3°. El dieléctrico se dice que es *neutro (dieléctrico neutro)* si los electrones de los átomos se encuentran en su molécula situados simétricamente respecto de los núcleos (H_2 , O_2 , CCl_4 y otros). En estas moléculas los centros de gravedad de las cargas positivas y negativas coinciden en ausencia del campo eléctrico externo [$l = 0$ (p. 2°)], y el momento dipolar \mathbf{P}_e de la molécula es nulo. Si el dieléctrico neutro se halla en un campo eléctrico externo, se produce la deformación de las envolturas electrónicas (VI.2.3.6°) de los átomos (moléculas), y los centros de gravedad de las cargas positivas y negativas se desplazan unos respecto a otros ($l \neq 0$). En la molécula (átomo) del dieléctrico surge un *momento eléctricodipolar inducido*, proporcional a la intensidad E del campo eléctrico:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_e &= \varepsilon_0 \alpha \mathbf{E} && \text{(en el SI)} \\ \mathbf{p}_e &= \alpha \mathbf{E} && \text{(en el sistema CGSE)} \end{aligned}$$

donde α es el *coeficiente de polarizabilidad (polarizabilidad)* de la molécula (átomo), y ε_0 la constante dieléctrica en el SI (III.1.2.7°).

La polarizabilidad de una molécula depende solamente de su volumen, y α no depende de la temperatura. El movimiento térmico de las moléculas de los dieléctricos neutros no influye en la aparición de los momentos dipolares inducidos. Las moléculas con estos momentos dipolares son semejantes a los *dipolos cuasielásticos (inducidos)*.

4°. Se llama *dieléctrico polar* aquél cuyas moléculas (átomos) tienen electrones situados asimétricamente con respecto a sus núcleos (H_2O , HCl , NH_3 , CH_3Cl y otros). En estas moléculas los centros de gravedad de las cargas positivas y negativas no coinciden y se encuentran prácticamente a una distancia constante l unos de otros. Las moléculas de los