Curso de Electromagnetismo

CAPITULO II - Campo eléctrico

II.2

Nombre: Código:

1 Una línea semiinfinita que tiene una distribución uniforme de carga de $+\lambda$ coulombs por metro, yace a lo largo del eje x positivo, desde x = 0 hasta x = ∞. Otra línea semiinfinita con distribución de carga de $-\lambda$ coulombs por metro, yace a lo largo del eje x negativo, desde x = 0 hasta x = ∞. Calcúlese el campo eléctrico en cualquier punto del eje y.

a)

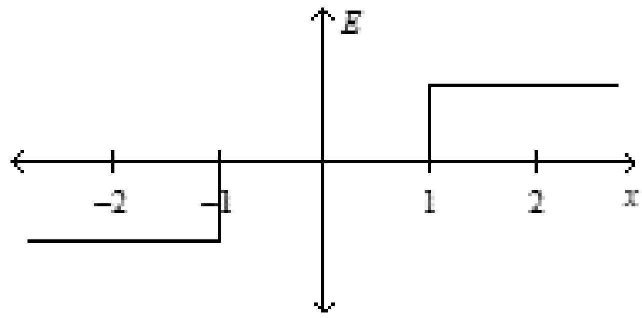
Using the results from Problem 22, with $x = 0$ for point P, the components of the electric field are

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 y}\left[1+\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\right] = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 y}[1+0] = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 y}$$

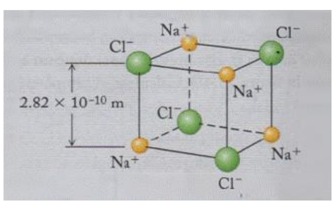
$$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{-\lambda}{\sqrt{x^2+y^2}}\right] = \frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0 y}$$

The electric field at P is

$$\mathbf{E} = E_x\,\mathbf{i} + E_y\,\mathbf{j} = \underline{\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 y}(-\mathbf{i}+\mathbf{j})}$$

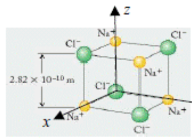


2 En una malla de réd cristalina de sal común, hay ocho iones, $C1^-$ y Na^+, en los vértices de un cubo que mide 2.82×10^{-10} m por lado (véase la figura). Calcúlese la magnitud de la fuerza eléctrica que ejercen siete de esos iones sobre el octavo.



a)

Consider the drawing of the NaCl crystal structure. A chlorine ion is located at the origin of an *xyz* coordinate system; and the ions are at the corners of a cube with sides of length $L = 2.82 \times 10^{-10}$ m. Let's find the net electric field acting at the origin due to the seven other ions. First, the electric field due to the four positive sodium ions is



$$\mathbf{E}_{Na} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{L^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{L^2 3\sqrt{3}}[(-\mathbf{i})+(-\mathbf{j})+(-\mathbf{k})]$$
$$= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{L^2}\left(1+\frac{1}{3\sqrt{3}}\right)[(\mathbf{i})+(\mathbf{j})+(\mathbf{k})]$$

Then, the electric field due to the chlorine ions is

$$\mathbf{E}_{Cl} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-e}{L^2 2\sqrt{2}}[(-\mathbf{i})+(-\mathbf{j})] + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-e}{L^2 2\sqrt{2}}[(-\mathbf{i})+(-\mathbf{k})] + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-e}{L^2 2\sqrt{2}}[(-\mathbf{j})+(-\mathbf{k})]$$
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{L^2\sqrt{2}}[(\mathbf{i})+(\mathbf{j})+(\mathbf{k})]$$

The net electric field at the origin is

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{Na} + \mathbf{E}_{Cl} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{L^2}\left(1+\frac{1}{3\sqrt{3}}\right)[(\mathbf{i})+(\mathbf{j})+(\mathbf{k})] + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{L^2\sqrt{2}}[(\mathbf{i})+(\mathbf{j})+(\mathbf{k})]$$
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{L^2}\left(-1-\frac{1}{3\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)[(\mathbf{i})+(\mathbf{j})+(\mathbf{k})]$$

The net force acting on the chlorine ion at the origin is the product of the chlorine ion's charge and the net electric field at the origin where it is located.

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = (-e)\mathbf{E} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{L^2}\left(-1-\frac{1}{3\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)[(\mathbf{i})+(\mathbf{j})+(\mathbf{k})]$$

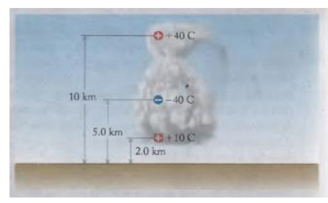
The magnitude of this force is

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{L^2}\left(1+\frac{1}{3\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{3}$$
$$= \frac{\left(8.99\times10^9\,\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\right)(1.60\times10^{-19}\ \mathrm{C})^2}{(2.82\times10^{-10}\ \mathrm{m})^2}\left(\sqrt{3}+\frac{1}{3}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right) = \underline{2.43\times10^{-9}\ \mathrm{N}}$$

3 En el experimento de Millikan se mide la carga elemental e, observando el movimiento de pequeñas gotas de aceite en un campo eléctrico. Las gotas de aceite se cargan con una o varias cargas elementales, y si el campo eléctrico (vertical) tiene la magnitud correcta, la fuerza eléctrica sobre la gota equilibra su peso y la mantiene suspendida en el aire. Suponga que una gota de aceite de 1.0×10^{-4}cm porta una sola carga elemental.
¿Qué campo eléctrico se requiere para balancear el peso? La densidad del aceite es 0.80 g/cm³.

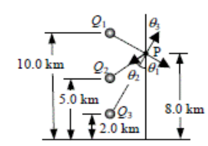
a)

4 La figura muestra la distribución de cargas en una nube de tormenta. Hay una carga de 40 C a una altura de 10 km, de -40 C a 5.0 km y de 10 C a 2.0 km. Considerando que esas cargas son puntuales, calcúlese el campo eléctrico (magnitud y dirección) que producen a una altura de 8.0 km y a 3.0 km de distancia horizontal.



a)

At the point P, there are three contributions to the net electric field, one from each of the charges. The direction of each contribution is toward a charge, if the charge is negative, and away from a charge, if it is positive. Q_1 and Q_3 are positive and Q_2 is positive. The directions of the electric field contributions are shown in the drawing. The distances and angles need to be determined before the net field can be calculated.



For Q_1, the distance to P is and angle θ_1 are

$$r_1 = \sqrt{(2.0\ \mathrm{km})^2+(3.0\ \mathrm{km})^2} = 3.6\ \mathrm{km}$$

$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{3.0\ \mathrm{km}}{2.0\ \mathrm{km}}\right) = 56.3°$$

The other distances and angles are

$$r_2 = \sqrt{(3.0\ \mathrm{km})^2+(3.0\ \mathrm{km})^2} = 4.2\ \mathrm{km}$$
$$\theta_2 = 45.0°$$
$$r_3 = \sqrt{(6.0\ \mathrm{km})^2+(3.0\ \mathrm{km})^2} = 6.7\ \mathrm{km}$$
$$\theta_3 = \tan^{-1}\left(\frac{3.0\ \mathrm{km}}{6.0\ \mathrm{km}}\right) = 26.6°$$

The net electric field is then

$$\mathbf{E}_P = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3$$
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\begin{array}{l}\left[\frac{Q_1\sin\theta_1}{r_1^2}\mathbf{i}-\frac{Q_1\cos\theta_1}{r_1^2}\mathbf{j}\right]+\left[-\frac{Q_2\sin\theta_2}{r_2^2}\mathbf{i}-\frac{Q_2\cos\theta_2}{r_2^2}\mathbf{j}\right]\\ +\left[\frac{Q_3\sin\theta_3}{r_3^2}\mathbf{i}+\frac{Q_3\cos\theta_3}{r_3^2}\mathbf{j}\right]\end{array}\right\}$$
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{Q_1}{r_1^2}[\sin\theta_1\,\mathbf{i}-\cos\theta_1\,\mathbf{j}]+\frac{Q_2}{r_2^2}[-\sin\theta_2\,\mathbf{i}-\cos\theta_2\,\mathbf{j}]+\frac{Q_3}{r_3^2}[\sin\theta_3\,\mathbf{i}+\cos\theta_3\,\mathbf{j}]\right\}$$

b)

$$= 8.99\times10^9\,\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\left\{\begin{array}{l}\frac{40\ \mathrm{C}}{(3.6\times10^3\mathrm{m})^2}[\sin 56.3°\,\mathbf{i}-\cos 56.3°\,\mathbf{j}]+\\ \frac{40\ \mathrm{C}}{(4.2\times10^3\ \mathrm{m})^2}[-\sin 45.0°\ \mathbf{i}-\cos 45.0°\,\mathbf{j}]+\\ \frac{10\ \mathrm{C}}{(6.7\times10^3\ \mathrm{m})^2}[\sin 26.6°\ \mathbf{i}+\cos 26.6°\,\mathbf{j}]\end{array}\right\}$$
$$= \underline{9.5\times10^3\ \mathrm{N/C}\ \mathbf{i}\ -\ 2.8\times10^4\ \mathrm{N/C}\,\mathbf{j}}$$

5 Tres barras delgadas de vidrio portan cargas Q, Q y -Q, respectivamente. La longitud de cada barra es l, y a lo largo de cada barra se distribuye uniformemente su carga. Las barras forman un triángulo equilátero. Calcúlese el campo eléctrico en el centro del triángulo.

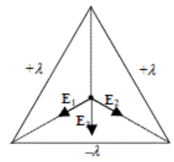
a)

The distance from each side to the central point of the equilateral triangle is $d = (l/2)\tan 30°$. The magnitude of each contribution will be the same; and the directions will be as shown in the drawing. Due to symmetry, the vector sum of horizontal components of $\mathbf{E}_1$ and $\mathbf{E}_2$ cancel each other. The net electric field is directed toward the negatively charged side. The magnitude of the field is, see Problem 23-41(b),

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\lambda}{\sqrt{l^2+4d^2}}\right)(2\cos 60° + 1)$$

$$= \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{l^2+4\left(\frac{l}{2}\tan 30°\right)^2}}\right) = \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 l}\left(\frac{1}{\sqrt{(1+\tan^2 30°)}}\right)$$

$$= \underline{\frac{0.276\lambda}{\varepsilon_0 l}}$$



6 Un cubo de 2.0 m por lado, está en una región donde el campo eléctrico se dirige hacia afuera desde dos caras opuestas del cubo, con magnitud uniforme ε_0 en cada una de esas dos caras. Ningún flujo cruza las otras cuatrocaras. ¿Cuánta carga hay dentro del cubo?

a)

$$\Phi_E = \mathbf{E}\cdot\mathbf{A} = E_0[2\times(2\text{ m})^2] = 8E_0$$

$$\Phi_E = \frac{q_{inside}}{\varepsilon_0} \Rightarrow q_{inside} = \varepsilon_0\Phi_E = \underline{8\varepsilon_0 E_0}$$

7 Una carga puntual de 6.0 $\times 10^{-8}$C está sobre el piso de madera de una habitación. Se sujeta un pequeño cuadro de cartón, que mide 1.0 cm × 1.0 cm, con la cara hacia abajo, y lo pasa por todo el cuarto a una altura de 2.0 m, pasando sobre la posición de la carga puntual. Haga una gráfica aproximada del flujo que
atraviesa el cuadrado, en función de la posición.

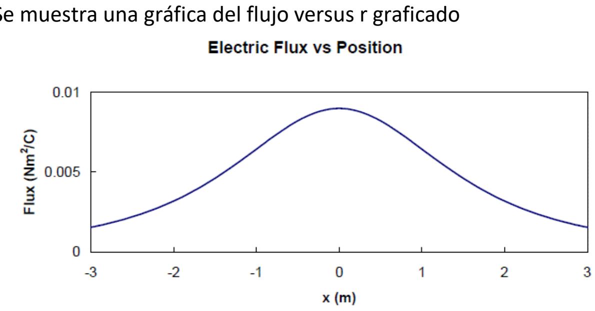
a) El cuadrado es pequeño en comparación con la distancia mínima de 2.0 ma la carga, por lo que el campo eléctrico.Es esencialmente uniforme sobre el cuadrado. Si se mantiene horizontalmente, entonces el ángulo entre el área vector y el vector de campo eléct

$$\Phi = \frac{qA\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{(9\times10^9\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(6.0\times10^{-8}\,\text{C})(10^{-4}\,\text{m}^2)(2\text{ m})}{r^3} = \frac{0.072}{r^3}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$$

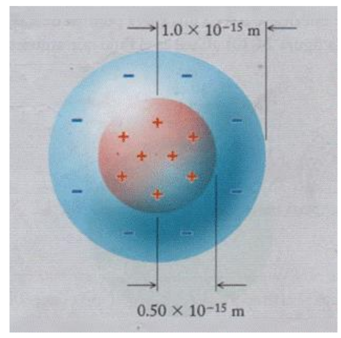
b) donde hemos usado cosθ z/r con z = 2.0 m, la altura del cuadrado sobre el piso. En términosde distancia horizontal a lo largo del piso desde la ubicación de la carga, esto se convierte en:

$$\Phi = \underline{\frac{0.072}{(4.0+x^2)^{3/2}}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}}$$

c) donde nuevamente se ha utilizado z = 2.0 m.
Se muestra una gráfica del flujo versus r graficado



8 De acuerdo con un modelo (tosco), el neutrón se compone c:un núcleo interior de carga positiva rodeado por una cáscar;carga negativa. Supóngase que la magnitud de la carga positiva es + e ,y está uniformemente distribuida en una esfera de 0.5$\times 10^{-15}$ m de radio, y que la carga negativa tiene magnitud -e, y que está uniformemente distribuida en un cascarón concétrico, de radio interior 0.50$\times 10^{-15}$ m y radio exterior 1.0$\times 10^{-15}$ m (véase la figura). Calcúlese la magnitud y la dirección del campo eléctrico a 1.0$\times 10^{-15}$, 0.75$\times 10^{-15}$, 0.50$\times 10^{-15}$ y 0.25$\times 10^{-15}$ m del centro.



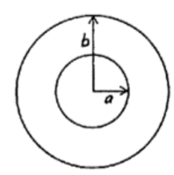
a) Por simetría todo el campo electrico las líneas apuntan radialmente hacia afuera. Simplemente construya superficies gaussianas con esos radios.

(a) $r = 1.0\times10^{-15}$ m,
$E = 4\pi(1.0\times10^{-15})^2 = Q_{net}/\varepsilon_0$
$= 0 \Rightarrow E = 0$
(b) $r = 0.75\times10^{-15}$ m
$E(4\pi r^2) = Q_{net}/\varepsilon_0$

$$= \left[(-e)\left(\frac{r^3 - 0.5\times10^{-15})^3}{[1.0\times10^{-15}]^3 - [0.5\times10^{-15}]^3}\right) + e\right]/\varepsilon_0$$

$$= \frac{1.6\times10^{-19}}{8.85\times10^{-12}}\left[-\left(\frac{0.75^3-0.5^3}{1.0^3-0.5^3}\right)+1\right]$$

$$= 1.19\times10^{-8}\ \text{Nm}^2/\text{C}$$



por lo tanto , $E = \frac{1.19\times10^{-8}}{4\pi(0.6\times10^{-15})^2}\ \underline{= 1.7\times10^{21}\ \text{N/C}}$

(c) $r = 0.5\times10^{-15}$ m
$E(r)4\pi r^2 = Q_{net}/\varepsilon_0 = e/\varepsilon_0$

por lo tanto, $E(r) = e/4\pi r^2\varepsilon_0 = 9\times10^9\times\frac{1.6\times10^{-19}}{(0.5\times10^{-15})^2} = \underline{5.8\times10^{21}\ \text{N/C}}$

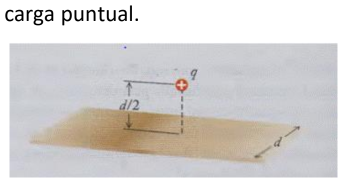
(d) $r = 0.25\times10^{-15}$ m
$E(r)\,4\pi r^2 = Q_{net}/\varepsilon_0 = \frac{e}{\varepsilon_0}\frac{r^3}{R^3}$. por lo tanto,

b)

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{er}{R^3}$$

$$E(r) = 9\times10^9\,\frac{1.6\times10^{-19}\ 0.25\times10^{-15}}{(0.5\times10^{-15})^3}\ \underline{= 2.9\times10^{21}\ \text{N/C}}$$

9 Una carga puntual se coloca a la distancia d/2 de una banda plana infinitamente larga, de ancho d, que tiene una distribución uniforme de carga de σ coulombs por m² (véase la figura) a) ¿Cuál es el flujo eléctrico que produce esa carga puntual a través de la banda? (Sugerencia: La banda es una de la cuatro caras de un tubo rectangular que rodea la carga puntual.)
b) determine el campo eléctrico que la banda produce en el lugar de la carga puntual.



a) imagina la tira con una de las cuatro caras largas de una caja rectangular el flujo total es:

$$\Phi_E^{box} = \frac{q}{\varepsilon_0}.$$

10 Un campo eléctrico uniforme está definido por E = (3.0 N/C) î+ (2.0 N/C) ĵ - (1.0 N/C)ḱ ¿Cuál es el flujo a través de un área plana, de 4.0 m² que yace en el plano y-z? ¿Y si la misma área tuviera la normal a su superficie a lo largo de una diagonal octante, de modo que el vector unitario normal fuera ñ =
(1 /√3)î + (1 /√3)ĵ + (1/√3)ḱ?

a)

$$\Phi_{E,1} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{A}_1 = (3.0\mathbf{i} + 2.0\mathbf{j} - 1.0\mathbf{k}\ \mathrm{N/C}) \cdot (4.0\mathbf{i}\ \mathrm{m}^2) = \underline{12\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{C}}$$

$$\Phi_{E,2} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{A}_2 = (3.0\mathbf{i} + 2.0\mathbf{j} - 1.0\mathbf{k}\ \mathrm{N/C}) \cdot (4.0/\sqrt{3}\ \mathrm{m}^2)(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$$

$$= (2.31)(3.0 + 2.0 - 1.0)\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{C} = \underline{9.2\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{C}}$$

b) es el ancho del lado corto de la caja. Dado que d es