

Nombre:

Código:

1 Una carga puntual de  $6.0 \times 10^{-8} \text{C}$  está sobre el piso de madera de una habitación. Se sujeta un pequeño cuadro de cartón, que mide  $1.0 \text{ cm} \times 1.0 \text{ cm}$ , con la cara hacia abajo, y lo pasa por todo el cuarto a una altura de  $2.0 \text{ m}$ , pasando sobre la posición de la carga puntual. Haga una gráfica aproximada del flujo que atraviesa el cuadrado, en función de la posición.

a) El cuadrado es pequeño en comparación con la distancia mínima de  $2.0 \text{ m}$  a la carga, por lo que el campo eléctrico es esencialmente uniforme sobre el cuadrado. Si se mantiene horizontalmente, entonces el ángulo entre el área vector y el vector de campo eléct

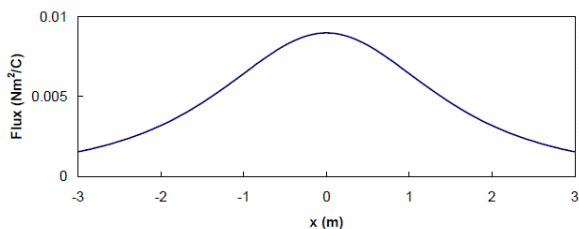
$$\Phi = \frac{q \cdot A \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(6.0 \times 10^{-8} \text{ C})(10^{-4} \text{ m}^2)(2 \text{ m})}{r^3} = \frac{0.072}{r^3} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$$

b) donde hemos usado  $\cos \theta = z/r$  con  $z = 2.0 \text{ m}$ , la altura del cuadrado sobre el piso. En términos de distancia horizontal a lo largo del piso desde la ubicación de la carga, esto se convierte en:

$$\Phi = \frac{0.072}{(4.0 + x^2)^{3/2}} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$$

c) donde nuevamente se ha utilizado  $z = 2.0 \text{ m}$ . Se muestra una gráfica del flujo versus  $r$  graficada

Electric Flux vs Position



2 Una nube de tormenta produce un campo eléctrico vertical de magnitud  $2.8 \times 10^4 \text{ N/C}$  cerca del nivel del suelo. Si se sujeta una hoja de papel de  $22 \text{ cm} \times 28 \text{ cm}$  horizontalmente, debajo de la nube, ¿cuál es el campo eléctrico que atraviesa la hoja? ¿Cuál es el flujo si se la sujeta en posición vertical?

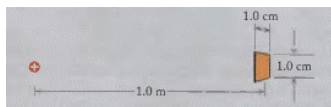
a) Si la hoja se mantiene horizontal, su vector de área está en la misma dirección que el campo eléctrico desde la nube. Entonces

$$\Phi_E = \mathbf{E} \cdot \mathbf{A} = EA = (2.8 \times 10^4 \text{ N/C})(0.22 \times 0.28 \text{ m}^2) = 1.7 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$$

b) Si la hoja se sostiene verticalmente, su vector de área es perpendicular al campo eléctrico. Entonces

$$\Phi_E = \mathbf{E} \cdot \mathbf{A} = EA \cos 90^\circ = 0$$

3 Una pequeña superficie cuadrada, de  $1.0 \text{ cm} \times 1.0 \text{ cm}$ , se coloca a  $1.0 \text{ m}$  de distancia de una carga puntual de  $3.0 \times 10^{-9} \text{ C}$ . ¿Cuál es el flujo eléctrico aproximado a través de ese cuadrado, si su cara está orientada hacia el campo eléctrico (véase la figura)? ¿Y si se gira  $30^\circ$ ? ¿Y si se gira  $60^\circ$ ?



a) Dado que la distancia entre las cargas puntuales y la superficie es mucho mayor que la dimensión de la superficie, podemos tratar el campo eléctrico en la superficie como uniforme. A una distancia de  $1.0 \text{ m}$  de la carga, la magnitud del campo es:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(3.0 \times 10^{-9} \text{ C})}{(1.0 \text{ m})^2} = 27 \text{ N/C}$$

b) Si el cuadrado está de frente a E :

$$\Phi_E = \mathbf{E} \cdot \mathbf{A} = EA = (27 \text{ N/C})(1.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2) = 2.7 \times 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$$

c) Si el cuadrado está inclinado  $30^\circ$  desde la vertical, el ángulo entre el normal y el cuadrado y E es  $30^\circ$  :

$$\Phi_E = \mathbf{E} \cdot \mathbf{A} = (27 \text{ N/C})(1.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2) \cos 30^\circ = 2.3 \times 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$$

d) Si el cuadrado está inclinado  $60^\circ$  desde la vertical, el ángulo entre el normal y el cuadrado y E es  $60^\circ$  :

$$\Phi_E = \mathbf{E} \cdot \mathbf{A} = (27 \text{ N/C})(1.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2) \cos 60^\circ = 1.4 \times 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$$

4 Una carga puntual de  $2.0 \times 10^{-12} \text{ C}$  está en el centro de una superficie cúbica de Gauss. ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de cada una de las caras del cubo?

a) El flujo total a través de las seis caras es

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

b) Dado que cada cara tiene la misma área y el La posición relativa de la carga es la misma para las seis caras, el flujo a través de cualquier cara individual es  $1/6$  del total:

$$\Phi_{E, \text{one face}} = \frac{q}{6\epsilon_0} = 0.038 \text{ Nm}^2/\text{C}$$

5 Si una distribución volumétrica de carga varía continuamente en función de la posición, la sencilla relación  $Q = \rho V$  debe reemplazarse por la integral  $Q = \int \rho dV$ . Para la simetría esférica,  $dV = 4\pi r^2 dr$  (volumen de un cascarón esférico de espesor  $dr$  y área  $4\pi r^2$ ). Considérese una esfera de radio  $R$  y carga total  $Q$ , con una densidad volumétrica no uniforme de carga  $\rho(r) = C/r$ , siendo  $C$  una constante que se debe determinar.

a) A partir de  $Q = \int \rho dV$ , determínese el valor de la constante  $C$ .  
b) Con la ley de Gauss determine el campo eléctrico para  $r \leq R$ .  
c) ¿Cuál es el campo eléctrico para  $r \geq R$ ?

a)

$$(a) Q = \int_0^R \rho dV = \int_0^R \frac{C}{r} (4\pi r^2 dr) = 4\pi C \int_0^R r dr = 2\pi C R^2. \text{ Thus } C = \frac{Q}{2\pi R^2}.$$

b) (b) Para una superficie gaussiana con  $r < R$ :

$$q_{\text{dentro}} = \frac{Q}{2\pi R^2} \int_0^r \frac{4\pi r'^2 dr'}{r'} = \frac{Q r^2}{R^2}. \text{ para la ley de Gauss,}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q r^2}{\epsilon R}. \text{ esto da:}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \text{ for } r < R.$$

(El campo tiene una magnitud constante dentro de la distribución)

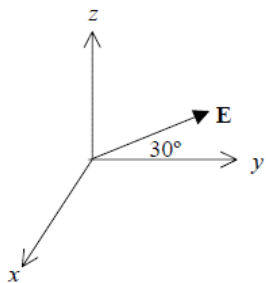
c)

(c) para una superficie gaussiana  $r > R$ ,  $q_{\text{dentro}} = Q$ . Luego con la ley de Gauss da,

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \text{ for } r > R.$$

Fuera de la esfera, el campo es el mismo que el debido a una carga puntual ubicada en el centro.

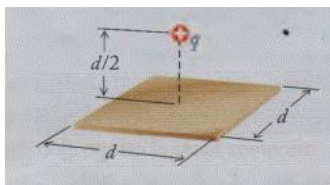
6 La dirección de un campo eléctrico uniforme está en el plano  $y-z$ , formando un ángulo de  $30^\circ$  con el eje  $+y$ , y de  $60^\circ$  con el eje  $+z$ . Este campo uniforme se extiende en toda la región de un cubo de  $2.0 \text{ m}$  por lado, (vease la figura). ¿Cuál es el flujo eléctrico que atraviesa cada una de las caras del cubo, identificadas con 1 a 6 en la figura? ¿Cuál es el flujo neto?



a) No se da ningún valor numérico para la magnitud del campo, entonces solo usaremos la letra E:  $E = E(\cos 30^\circ \mathbf{j} + \sin 30^\circ \mathbf{k})$ . Utilizando la los vectores de área

$$\begin{aligned}\Phi_{E,1} &= E(\cos 30^\circ \mathbf{j} + \sin 30^\circ \mathbf{k}) \cdot (-4.0 \mathbf{i} \text{ m}^2) = 0 \\ \Phi_{E,2} &= E(\cos 30^\circ \mathbf{j} + \sin 30^\circ \mathbf{k}) \cdot (4.0 \mathbf{k} \text{ m}^2) = 2.0E \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C} \\ \Phi_{E,3} &= E(\cos 30^\circ \mathbf{j} + \sin 30^\circ \mathbf{k}) \cdot (-4.0 \mathbf{j} \text{ m}^2) = -3.5E \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C} \\ \Phi_{E,4} &= E(\cos 30^\circ \mathbf{j} + \sin 30^\circ \mathbf{k}) \cdot (-4.0 \mathbf{k} \text{ m}^2) = -2.0E \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C} \\ \Phi_{E,5} &= E(\cos 30^\circ \mathbf{j} + \sin 30^\circ \mathbf{k}) \cdot (4.0 \mathbf{j} \text{ m}^2) = 3.5E \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C} \\ \Phi_{E,6} &= E(\cos 30^\circ \mathbf{j} + \sin 30^\circ \mathbf{k}) \cdot (4.0 \mathbf{i} \text{ m}^2) = 0\end{aligned}$$

- 7 Una carga puntual  $q$  se coloca a una distancia perpendicular  $d/2$  del centro de un cuadrado de tamaño  $d \times d$ , que tiene una distribución uniforme de carga de  $\sigma$  coulombs por  $\text{m}^2$  (vease en la figura) ¿Cuál es el flujo eléctrico que produce esa carga puntual a través del cuadrado? (Sugerencia: El cuadrado es una de las seis caras de un cubo que rodean la carga puntual.) Determine el campo eléctrico que produce el cuadrado en la posición de la carga



a)

$$\Phi_E = \frac{q}{6\epsilon_0}$$

b)

la magnitud de la fuerza en el cuadrado:  $F = \oint E_{\perp} dA = \sigma \Phi_E = \frac{\sigma q}{6\epsilon_0}$  newton la 3 ley, esta también debe ser la magnitud de la fuerza sobre la carga. así el campo a la carga es:  $E = \frac{F}{q} = \frac{\sigma}{6\epsilon_0}$ .

- 8 Una carga puntual de  $1.0 \times 10^{-8} \text{ C}$  está dentro de una lata metálica sin carga (por ejemplo, una lata de cerveza cerrada) y aislada de la tierra. ¿Cuánto flujo saldrá de la superficie de la lata, cuando la carga puntual esté dentro?

a)

El flujo que sale de la lata es:

$$\Phi_E^{out} = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{1.0 \times 10^{-8} \text{ C}}{8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2} = 1.1 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$$

d)

Si una distribución de carga varía continuamente en función de la posición, entonces se debe sustituir la sencilla relación  $Q = \rho V$  por la integral  $Q = \int \rho dV$ . Para una simetría cilíndrica,  $dV = 2\pi r L dr$  (volumen de una cáscara cilíndrica de radio  $r$ , longitud  $L$  y espesor  $dr$ ). Considérese un cilindro macizo de radio  $R$  y una densidad volumétrica no uniforme de carga  $\rho(r) = B/r$ , siendo  $B$  una constante conocida.

- a) ¿Cuál es la cantidad de carga  $Q(r)$  dentro de un cilindro de radio  $r$  y longitud  $L$ ?  
b) ¿Cuál es el campo eléctrico para  $r < R$ ?

a)

$$(a) q_{inside} = \int_0^r \rho dV = \int_0^r \frac{B}{r} (2\pi r L dr) = 2\pi B L \int_0^r dr = 2\pi B L r$$

b)

$$E(2\pi r L) = \frac{q_{inside}}{\epsilon_0} = \frac{2\pi B L r}{\epsilon_0}, \text{ y}$$

$$E = \frac{B}{\epsilon_0}$$

- 10 Una varilla corta y delgada, de 2.5 cm de longitud, tiene una carga distribuida uniformemente en su longitud. La varilla es coaxial con, y centrada dentro de una lata cilíndrica sin carga, mucho mayor. El flujo a través del lado curvo de la lata es  $+65 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$ , y el flujo a través del fondo circular es  $+45 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$ . ¿Cuál es el flujo a través de la cara circular superior de la lata? ¿Cuál es el valor de la densidad lineal  $\lambda$  de carga en la varilla?

a) la varilla tiene una carga uniforme, por lo que si el flujo es positivo en la superficie curva y un extremo del tubo, también debe ser positivo en el extremo restante de la lata. Como la varilla está centrada dentro del tubo  $\Phi_E(\text{arriba}) = \Phi_E(\text{abajo}) = +45 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$ .

$$\Phi_E = 65 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C} + 2 \times 45 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C} = 155 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.$$

b) el total de la carga en la barra es:

$$q = \epsilon_0 \Phi_E = (8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(155 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}) = 1.37 \times 10^{-9} \text{ C}.$$

c)

la carga por unidad de longitud es:

$$\lambda = \frac{q}{L} = \frac{1.37 \times 10^{-9} \text{ C}}{0.025 \text{ m}} = 5.49 \times 10^{-8} \text{ C/m}$$

